

## 「解析学概論」に関する授業評価

数学教育講座・観音幸雄

### 1. 授業の概観

解析学は，時間・空間的に変化する量を，例えば実数値関数や複素数値関数などの数学的な対象に置き換え，極限や収束判定などを用いて，その対象がもつ様々な性質を調べる数学の一分野である．特に，その最も基本的な部分は微分積分学と呼ばれている．

数学教育専修の学生は，解析学に関する科目として，共通教育において「微積分Ⅰ」，教育学部において「解析学概論」，「解析学Ⅰ」，「解析学Ⅱ」の受講機会があり，それらの授業内容は以下の通りである．

「微積分Ⅰ」（1年次後学期，必修）

1 変数関数の基本的な微分積分を主に学習する．

「解析学概論」（2年次前学期，必修）

一般的包括的な内容を含む科目であり，数の体系（自然数，整数，有理数，実数）について学習する．

「解析学Ⅰ」（3年次後学期，選択）

実数の集合に距離を導入し，実数列の収束性について学習する．

「解析学Ⅱ」（4年次前学期，選択）

関数の連続性，微分，積分について，数学的な概念とその活用法を学習する．また，大学入学までに学習してきた数学と「微積分Ⅰ」のギャップを埋めるために，共通教育で開講される「数学入門（初級微積分）」の受講機会も数学教育専修には用意されている．

今年度の本科目のスケジュールは

1. 授業の内容・進め方などの説明，復習（論理，集合）
2. 復習（同値関係）
3. 復習（順序関係）
4. ペアノの公理と自然数
5. 自然数の和と積
6. 自然数の順序
7. 整数
8. 整数の和，積および順序，「矛盾なく定義できる」

9. 整数の性質

10. 有理数の構成と性質

11. Dedekindによる実数の構成

12. 実数の連続性

13. 実数の和，積

14. 実数の順序

15. 試験とまとめ

とし，到達目標として

- (1) 数学で用いられる論理，論理記号，集合演算に習熟する（知識・思考），
- (2) 集合や写像を用いて定義される用語を正しく理解できる（知識・思考），
- (3) 数の演算や順序の定義を理解し，指導や説明ができる（技能・表現），

ことを挙げた．授業スケジュールは標準的なものであると考えているが，今年度は実数を構成した時点で15回の授業が終了し，実数の連続性について，あまり深く解説することができなかった．この科目に続く「解析学Ⅰ」と「解析学Ⅱ」において実数の連続性は重要であることから，「解析学Ⅰ」の前半で実数の連続性について解説したい．

### 2. 授業評価アンケートと結果

受講登録時には32名の受講者があり，毎回その内25名程度が出席していた．アンケート調査は，最終回に出席していた27名を対象に記名式で行い，全員から回答を得ることができた．設問項目は，高等学校で学習した数学，事前事後学習の状況，授業全般に関する事項，自由記述欄により構成されている．

#### (a) 高等学校で学習した数学の科目

受講者の8割程度は，高等学校において「数学Ⅲ」を学習しており，さらに数学教育専修の受講者は「微積分Ⅰ」や「数学概論」などを受講していることから，数学的なリテラシーをもっていることが期待できる．

#### (b) 事前事後学習

以前実施したアンケートでは，本科目に対

する事前事後学習について、ほとんどの受講者が1時間に満たないと答えていたが、今年度は3割以上の受講者が1時間以上事前事後学習を行っていた。

例えば「 $A$ であるならば $B$ である」の数学的な否定は「 $A$ であり、かつ、 $B$ でない」となり、日常の表現とは異なる。本科目においてはこのような数学固有な表現が多く用いられ、論理や集合を得意としない受講者が少ないため、事前事後学習の機会をさらに増やし、理解を深める努力をさせる必要がある。

1時間以上	1時間未満	30分程度	30分未満
33%	26%	30%	11%

### (c) 授業全般について

項目

- A: この授業に積極的に取り組みましたか？  
 B: この授業の目的は授業展開の中で明確でしたか？  
 C: この授業の内容及びレベルは適切でしたか？  
 D: この授業はシラバスどおりに行われましたか？  
 E: 授業内容や説明の仕方は分かりやすかったですか？  
 F: 担当教員の授業に対する熱意・工夫が感じられましたか？  
 G: この授業は全体として満足のいくものでしたか？  
 H: この授業を受けて、解析学に興味をもちましたか？

に対して、(1)が最良、(5)が最悪とし、5段階で評価してもらった。下表から分かるように、授業のレベルが適切でないと言及する受講者が少なくない。

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	平均
A	37%	37%	19%	7%	0%	1.96
B	30%	22%	30%	19%	0%	2.37
C	0%	30%	22%	37%	11%	3.30
D	22%	30%	41%	7%	0%	2.33
E	15%	37%	37%	11%	0%	2.44
F	22%	44%	19%	15%	0%	2.26
G	11%	44%	26%	15%	4%	2.56
H	15%	48%	26%	7%	4%	2.37

受講者の理解度を把握するために、毎回小テストを行っている。また、その解説を行な

う時間をなるべく短縮するために、解答例を作成し、授業用のウェブページに公開している。一部の受講者はこの解答例を活用して、事後学習を行っているようである。

本科目の目的の一つが、小学校や中学校で直感的に捉えてきた数を数学的に捉え直すことであるため、数学的思考に慣れることは避けられない。また、小テストや期末試験から判断すると、少し複雑な記号や数式が現れると、うまく処理できなくなる場合が多く、まだ十分に数学的思考が身につけていないように思われる。

### (d) 自由記述欄

良かった点、改善すべき点、感想などを自由記述で回答を求めた。次はそれらの一部であり、その表現は若干変更されている。

#### (i) 良かった点

- 論理的思考がかなり養われる。
- 集合と論理がなんとなく分かった。
- 演算の仕組みが分かった。
- 丁寧で、解説が分かりやすかった。

授業内容の難易度が受講者にとって比較的高いようであるが、その内容や説明方法などが否定的な評価を受けているわけではないことが分かる。

#### (ii) 改善すべき点

- 理解が追い付かないことが多々あった。(複数)
- 難しすぎた。レベルが高い。(複数)
- (記号が多く) 分かりにくい。(複数)
- 様々な練習問題を解きたかった。
- 授業後小テストをじっくりと考えて解きたい。
- 授業の内容を理解していても、小テストが解けないことが多い。
- 小テストの解説を次週に持ち越してしまう。
- 介護などで欠席すると、理解できなくなる(休むと非常に困る)。

本科目では、数学を学習する上で最も基礎的な内容(論理、集合、写像など)について最初の何回かで復習をするが、ある程度以上の予備知識は必要となる。その一部は「数学概論」における授業内容に含まれるため、「数学概論」と連携しながら、授業内容のレベルを下げることなく、改善していく必要がある

と思われる。

### (iii) その他の意見・感想

- もう少し易しい問題がよい。
- 証明が苦手なので、理解ができていないような気がする。
- 分からないままにすることが多かった。質問などをすれば良かった。(複数)
- 解析は微積のイメージだったが、集合論も含まれていることを知った。
- 内容が難しかったが、考えて解けたときの喜びは大きく楽しい。
- 授業では全く理解できなかったが、テスト勉強をするに伴って、少しずつ分かるところが増えた。
- 昨年度よりも理解できるようになった。(複数)

### 3. まとめ

受講者がこれまでに学習してきた内容に合わせて、授業を計画したつもりであるが、授業内容の難易度と受講者のスキルとの間には未だにギャップがあるように思われる。受講者から様々な意見や感想を頂いたので、これらを参考にして、より良い授業ができるように改善して行きたい。