代数学概論 (前半)

数学教育講座・原本博史

1　授業の概要

代数学概論は数学教育専修必修科目であり、数学教員免許取得のための包括的科目である。専修外からの履修者も多く、本年度は大学院生、最履修者を含め 21 名の受講があった。

講義は前半を原本、後半を安部教員で分担して行い、主に整数論の入門的講義を行った。各回の講義は、(1) 前回内容に関する小テスト (10 分)、(2) 授業担当者による通常講義、(3) 次回のレポートの提示という手順で行った。教科書は例年使用している中島匠一訳「算数から始めよう!数論」(岩波書店) に加えて、検定教科書「数学 A」に追加された整数論に関する部分を抜き出して作成された小冊子 (数研出版発行) のものを利用した。

具体的に各回の講義内容を列挙する。

1) 整数、素数、倍数、約数
2) 最大公約数、最小公倍数
3) 整数の割り算
4) ユークリッドの互除法と 1 次不定方程式
5) 剰余環 $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ の演算
6) 剰余環 $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ における逆数計算
7) 素因数分解
8) 中間試験とまとめ

2　授業評価・授業研究など

本年度は、前半では「基本的な定義を正しく理解する」ことと「十分な計算能力を身につけさせる」という 2 点に絞って講義を行うこととした。そのため、前半でも数多く扱っていた証明についてはすべて後半あるいは引き続く代数学 I, II, III に先送りすることとし、計算問題を中心とした課題を課すことを心がけた。

課題は 3 段階に分けて出題し A 問題 (教科書例題レベル) は必ずレポートとして作成して次回に提出させた。提出がない場合は次回の小テストの点数を 0 点とすることで、単位取得のためにも復習が不可欠な状況を整えた。また、B 問題 (やや込み入った計算が必要な問題) および C 問題 (証明問題など) は加点対象として、提出を必須とはしなかった。

小テストは前回内容の基本的な用語と、最低限の計算能力が身についているかを図ることとした (共通教育科目「線形代数 I」の方式を取り入れている)。計算問題は B, C 問題を解ければ容易に解けるが、A 問題だけも解けるようなものとすることで、より自発的に難易度の高い問題にも挑戦するような仕組みを施した。

以下は、DP 調査の結果である。17 名が回答したが、課題による学習時間が 2.36 時間と概ね 2 時間を超える結果となった。自発的な学習時間も 1 時間を超えており、よりよく理解しようとする学生にとっては十分な材料を提供できているのではないかと考えている。

	1A	1B	2A	2B	3A	3B	4A	4B
1	7	9	0	0	3	2	10	1
2	3	4	4	3	6	4	3	5
3	0	0	2	2	3	3	0	3
4	4	1	8	9	2	5	1	5

	5A	5B	OH	TH	AN
1	2	0	(1h)2	(0h)4	(0)11
2	3	2	(2h)9	(.5h)3	(1) 1
3	2	3	(3h)1	(2h)2	(2) 1
4	7	9	(5h)2	(6h)2	(3) 1

3　授業時間外学習の促進

授業時間外での学習を簡易にするため、本年度は易しいことを前半で徹底して反復練習させて身につけるという方針を取り、そのための環境を整えた。そのため各回の課題のうち A 問題は解答を持たせて学習させ、正しい解答を作れるまで練習できるように配慮した。解答のない B, C 問題にも多くの受講生が挑戦し、特に C 問題を根気よく解き続けた学生は小テスト、定期試験でもほとんどの問題を正答できるまでの実力を身につけた。

再履修者についても例年よりもかなりの底

上げが可能となり、例年よりも試験問題の内容を難しくしたにも関わらず、結果として不合格者がほとんど出ない結果となった (体調不良により定期試験を受験できなかった学生を除いて全員合格している)。

素数が無限個存在することと素因数分解の一意性のみ、証明をつけて解説することとした。これらも例年は講義の内容順に扱っていたが、今回は 7 回目 (前半の解説最終回) にまわし、少しでも負担が軽減されるように配慮した。その一方で、例年扱っていた素数定理

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\pi(n)}{\frac{n}{\log n}}=1$$

の実験的考察や、剰余環 $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ における逆元の存在と一意性の証明などもほとんど扱わないこととした。結果として数学は計算が最重要であるとの認識を学生に持たせる危険性があるが、それは引き続く代数学の中で補完することで対応する予定である。

本年度は授業外学習を促進するため、同様の手法を代数学 II でも採った。いずれの場合も易しいことから徹底した反復練習でまずは計算能力を身につけさせ、その後より本質的な内容を扱うという順序で行うこととしている。今後も授業時間外の学習時間を増やすため、課題内容の精査や各回の講義目標の明確化を図る必要がある。