

# 光センサーを用いた単振り子の運動の解析

小原 秀雄<sup>A)</sup> (大学院教育学研究科)

Ochirbat Altangoo<sup>B)</sup> (教員研修留学生)

神垣 信生 (物理教室)

(平成17年6月3日受理)

## Analysis of motion of simple pendulum by using a light sensor

Hideo Ohara Altangoo Ochirbat Nobuo Kamigaki

単振り子を用いて重力加速度を求める実験は、測定の対象が単振り子の長さや周期のみと簡潔であるため、以前から学生実験等で扱われてきた。本研究では、光センサーを用いて短時間で単振り子の周期を測定し、重力加速度を求めた。さらに、実験から得られた長さや周期との関係をグラフ化することによって、両者に関する法則性を導いた。

キーワード 単振り子, 光センサー, パソコンによるデータ処理, 測定値からの法則の導出

### 1. はじめに

高等学校学習指導要領では、「観察、実験の実施、物理学的に探求する方法の習得、創意ある報告書の作成や発表を行わせるようその実践が求められており、解決すべき課題については、計測・結果の集計・処理などにおいては、適宜コンピュータなどを活用する」<sup>1)</sup> としている。

この観点から、本研究では、実験でのデータの測定と処理に適したものとして、単振り子の実験を取り上げることとした。

従来の単振り子の実験としては、巻尺で単振り子の長さを測定し、ストップウォッチで10周期分の時間を20回測定して、その平均から単振り子の周期を求め、重力加速度を求めるといった「Bordaの振り子」の実験<sup>2)</sup>がある。この実験は、単純ではあるが、周期を測定するのに単調な作業を長い時間強いられることとなる。

そこで、本研究ではDrDAQの光センサーを使用して実験時間の短縮を図り、また測定結果をもとにパソコンを用いて単振り子の長さや周期の関係を調べ、さらに、重力加速度の値を求めることとした。

### 2. 実験器具

パソコン, DrDAQの光センサー, Picoscope, 鉄球(質量 $1.64 \times 10^{-2}$  kg, 直径 $1.58 \times 10^{-2}$  m), ミシン糸, 接着剤, 巻尺, スタンド, クランプ, 発光ダイオード(LED), 直流電源装置

#### <補足>

DrDAQとは、パソコンと接続して7種類のセンサーを装着できるPicoTechnology社製の測定器である。また、PicoscopeとはDrDAQ専用のソフトウェアで、1秒間に15000個のデータを収集することができ、さらに測定した信号の時刻を1 msの桁まで確認することができるため、精密な計測を行うことができる<sup>3)</sup>。

### 3. 実験準備

- (1) ミシン糸を接着剤で鉄球に付け、これをスタンドから吊り下げて単振り子とする。
- (2) 木製の台を作り、DrDAQとLEDを図1のように取り付ける。
- (3) 実験器具を図2のように配置する。この時、DrDAQの光センサーとLEDを単振り子の振動面に垂直で、かつ、これらと鉄球の中心とが一直線上に位置するように設置する。

A) 現: 愛媛県立今治西高等学校

B) 現: モンゴル国立教育大学 物理学部 (Faculty of Physics, Mongolia Educational University)

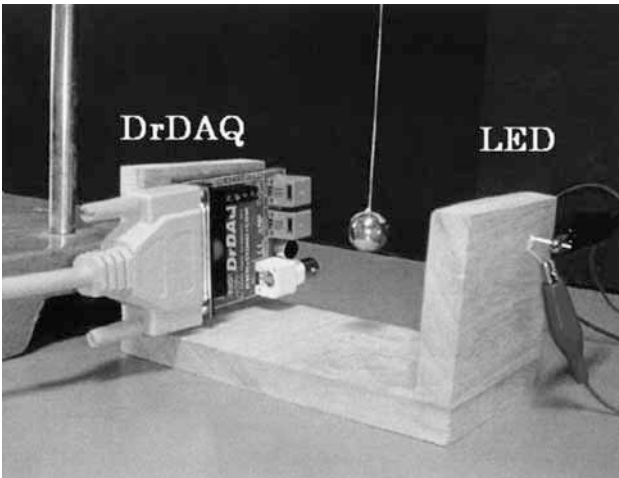


図1 光センサーと発光ダイオードの配置

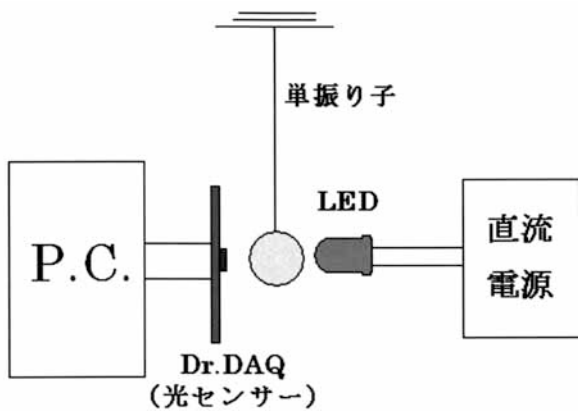


図2 実験器具の配置

#### 4. 実験方法

- (1) クランプと糸のつなぎ目から球の中心までの距離を巻尺で測定し、単振り子の長さ  $l$  [m] とする。
- (2) 振れ角が  $10^\circ$  以下になるように、鉄球を振動させる。
- (3) LEDに直流を流し、鉄球が光センサーを遮る時の光の明るさの変化を測定する。
- (4) Picoscope上で単振り子の周期  $T$  [s] を求め、 $l$  [m] と  $T$  [s] より重力加速度  $g$  [m/s<sup>2</sup>] を求める。
- (5) 糸の長さを変えて、上と同様の操作を行う。

#### 5. 実験結果

単振り子を小さい角度で振らせ、球の最下点の位置をA、球の左右の静止点の位置をそれぞれB、Cとする時、球がC⇒A⇒B⇒A⇒C⇒A⇒B・・・と運動したとする。球がAを通過する時の運動の向きとその順序を図3に示

す。本実験では、Aの位置にLEDと光センサーがあるため、球がAを通過する際にLEDの光を遮り、光センサーからパソコンへ送られる信号が弱くなる。

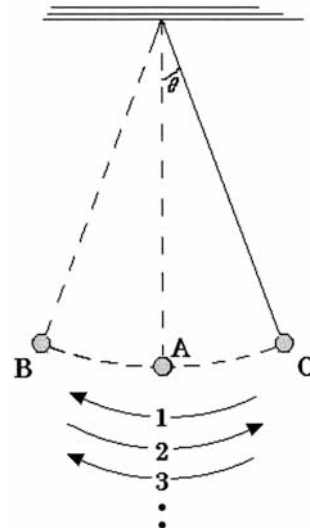


図3 単振り子の運動の様子

本実験での縦軸に光の相対強度を横軸を時間としたPicoscopeによる測定例を、図4に示す。

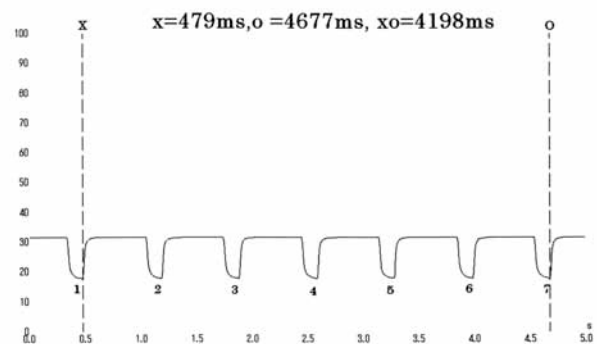


図4 Picoscopeによる時間経過と光の強度変化の測定結果

ここで、単振り子の1周期は球がLEDの光をちょうど2回遮る時間に等しい。そのため、単振り子の周期を求めるには、図5に示すように、光センサーからの信号

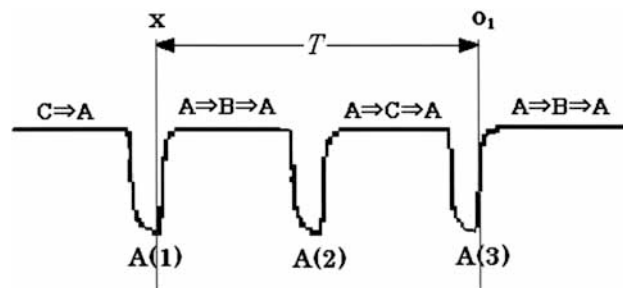


図5 Picoscopeによる測定結果の詳細

の変化が最も鋭い部分を目印にして1周期に相当する時間を求めればよい。

球がLEDの光を遮る順序を図5のようにとると、図4ではX-O<sub>3</sub>間の時間は単振り子の周期のちょうど3倍に相当する時間を示していることになる。従って、この場合周期T[s]は、

$$T = 4.198 \div 3 \approx 1.399 [\text{s}] \quad \text{……①}$$

となる。

本実験では、同様の方法で単振り子の長さを変えて振動させ、その時の単振り子の周期を4回ずつ測定した。この実験で4種類の長さℓ[m]に対して実験を行い、得られた周期の平均をT[s]、さらに、これを二乗したT<sup>2</sup>[s<sup>2</sup>]を併せて表1に示す。

表1 単振り子の長さℓと周期の測定結果

ℓ/s	T/s	T <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
0.405	1.279	1.635
0.451	1.349	1.819
0.484	1.400	1.959
0.515	1.441	2.077

## 6. 考察

表1の単振り子の周期の平均T[s]の二乗を縦軸に、単振り子の長さℓ[m]を横軸にとったグラフをExcelで作成したものを、図6に示す。

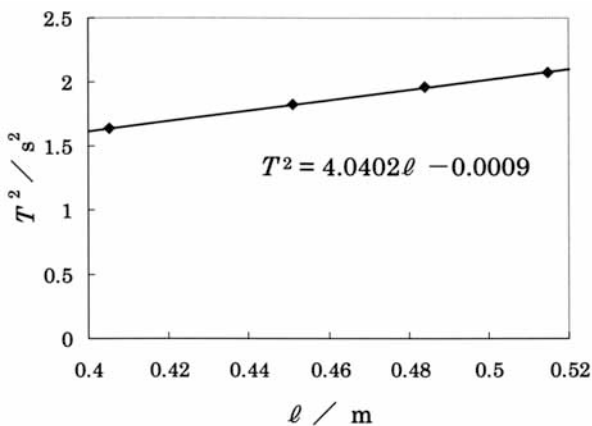


図6 単振り子の長さℓに対する周期の二乗T<sup>2</sup>の関係

この時のT<sup>2</sup>[s<sup>2</sup>]とℓ[m]の関係式は、Excelの機能より

$$T^2 = 4.0402 \ell - 0.0009 \quad \text{……②}$$

となる。この式の右辺の第2項は、ℓの係数4.0402に対して無視できるほど小さいため、この直線は原点を通る直線で、

$$T \propto \sqrt{\ell} \quad \text{……③}$$

とみなすことができる。このため、単振り子の周期は単振り子の長さの平方根に比例することが実験から示されたことになる。

ここで、理論としては単振り子の長さℓ[m]、振れ角θ[rad]の単振り子の運動は、θ[rad]が十分に小さくsinθ ≃ θと表せる場合、単振り子の周期T[s]は、重力加速度をg[m/s<sup>2</sup>]とすると、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \text{……④}$$

と表され<sup>4)</sup>、これは③式で実験結果から得られた周期T[s]が単振り子の長さℓ[m]の平方根に比例することとよく合う。

また、④式を変形すると

$$g = \frac{4\pi^2 \ell}{T^2} \quad \text{……⑤}$$

となり、本実験で得られた単振り子の周期と長さの実測値を代入すると、重力加速度を求めることができる。

そこで、⑤式と表1の振り子の長さを変えた時の実験結果から、それぞれ重力加速度g[m/s<sup>2</sup>]を算出したものを、表2に示す。

表2 重力加速度の計算結果

ℓ/m	T/s	g/m/s <sup>2</sup>
0.405	1.279	9.778
0.451	1.349	9.788
0.484	1.400	9.752
0.515	1.441	9.788

実験で得られた重力加速度の平均値をg<sub>m</sub>[m/s<sup>2</sup>]とすると、表2より

$$g_m = 9.78 [\text{m/s}^2]$$

……⑥

となる。ここで理科年表によると、松山市の重力加速度は $9.79595 \text{ m/s}^2$ とあるため、重力加速度の平均値として本実験で得られた $9.78 \text{ m/s}^2$ という値は、 $0.2\%$ 以下の誤差である。

この誤差が生じる最も大きな原因は、単振り子の長さの測定方法にあると考えられる。鉄球を吊り下げた状態でクランプから鉄球の中心までの長さを巻尺で測るという作業では、 $1 \text{ mm}$ 以下の位の読み取りは大変困難である。従って、本実験では単振り子の長さを $0.40 \text{ m}$ から $0.52 \text{ m}$ に設定したため、この程度の誤差は生じるものと考えられる。

また、重力加速度を算出した④式は、球を質点とみなした場合に導かれる式である。本実験で使用した球のように体積がある場合は、単振り子の慣性モーメントを考慮する必要がある。しかし、これについて考察すると、慣性モーメントに関する影響は、算出される重力加速度の値に対して $0.01\%$ から $0.02\%$ 程度でしかない。そのため、本実験では単振り子の慣性モーメントの影響は無視してよいと考えられる。

以上のことから、本実験の方法は、短時間の測定で周期が得られ、重力加速度についても精度の良い結果が得られたことが確認できた。

## 7. おわりに

本研究の実験方法を用いると、短時間で精度の良い測定結果を得ることができ、実験データから単振動に関する法則を導くことができた。

今後の課題としては、この教材を教育現場で探究活動などで実際に使用できるように、教材を活用できる授業の形態・提示する時期や学習効果等について調べ、さらに、物理の授業での力学以外の他の分野の実験にも幅を広げ、より良い教材の開発につなげたい。

## 参考文献

- 1) 文部省：高等学校学習指導要領 理科編 理数編，1999，p.1，p.61，p.185
- 2) 吉田 卯三郎，他：「物理学実験」，三省堂，1988，p.52，p.260

3) <http://www.drdaq.com/index.html>，「DrDAQ Data Logger from Pico Technology」

4) 藤 清隆，森 克徳，山田 銹二：「基礎物理学」，三共出版，1994，p.12