

数学問題の協力的解決過程におけるプロトコル分析 (Ⅲ) ～高校生を対象とした調査結果より～

(教育学部数学教育研究室) 吉村直道

A protocol analysis of students' interaction in a cooperative solution process of a mathematical problem (Ⅲ)

— High school students' research on a problem solving —

Naomichi YOSHIMURA

(平成22年6月5日受理)

1. はじめに

コミュニケーションを通じた問題解決過程の中で、どのように相互交渉がなされるか、それらが、異年齢、発達段階の違いに応じてどのような特徴があるか見定めるため、筆者は拙稿 [1, 2, 3] において、大学生、中学生、小学生ごとの小集団にそれぞれ、同一の問題を含んだ数学問題をいくつか提示し、みんなで協力して問題を解決してもらう調査を行った。

本稿では、先の調査において実施できなかった高校生に対して行った調査結果を報告する。

その調査から、本稿では次の3点について考察する。第一として、対象とした高校生の問題解決過程が、前回の調査で見られた共有に至る多様な過程にどのように位置づけられるかを検討する。第二は、前回の調査と異なり、今回は同年代の学年集団を複数調査しており、同年代の集団において共通にみられる特徴を導出する。また、今回の調査で特徴的なこととして、1つのグループが非成功的な答えを結論づけた。その非成功的な答えの導出過程の考察が、第三の検討である。

2. 調査

2.1. 調査の概要

いずれの調査も、3人の小集団を調査対象とし、その小集団にいくつかの数学的問題を課し、その調査協力者全員で納得する解決に至ったとき、解決がその集団で共有され問題解決は終了とした。調査問題は集団ごと複数用意したが、次の問題だけすべての集団に同一に課した。

一つの頂点にひもをつけてつり下げられている立方体がある。その立方体を水に沈めていき、その立方体がちょうど半分沈んだとき、水の表面でその立方体を切り取る。その立方体の切り口はどんな形か？

そして、どの集団にも事後に問題解決の様子をビデオ記録したものを見せながら自己解説に取り組みせ、プロトコル分析のもつ調査者による主観的解釈という欠点を少しでも客観性のあるものにするよう努めた。

今回の調査では、前回調査と比べ高校生を対象としたことが新しい(表1)。表1の番号1・2の協力生徒は、公立の中等教育学校(普通科)の高校生であり、番号3・4は愛媛大学附属高等学校(総合学科)の生徒たちである。ただし、番号4の調査は、事前に調査問題の正解「正六角形」を意図的に事前に知らせた上で調査に取り組んでいるため、今回の調査報告・考察からは除く。これについては今後発表したい。

表1：今回の調査データ

番号	対象集団	調査・日程	人数
1	高校2年生A	問題解決 (09年7月22日) 自己解説 (09年7月24日)	男子3名
2	高校2年生B	問題解決 (09年7月22日) 自己解説 (09年7月24日)	男子3名
3	高校1年生C	問題解決 (09年11月4日) 自己解説 (09年11月11日)	男子3名
(4)	高校2年生D	問題解決 (09年11月4日) 自己解説 (09年11月11日)	男子3名

2.2. 各集団における解決過程

紙面の都合上、各集団すべてのプロトコルを記述することはできない。ここでは、概略をそれぞれ説明すると共に、適宜、主要なプロトコルを記述する。なお、意味を変えない程度に方言等は修正した。

2.2.1. 高校2年生A

このグループでは、立方体のフレーム模型2つを手にしながらか「真ん中ってどこ?」という言葉が随時あがるが、それに対する明確な返事をすることなくコミュニケーションが進められていった。

次のやりとりは、約10分が過ぎた頃、a君から「三角形? …違うか…」という言葉がもれ、しばらくしてからのものである。

a62: 三角形でいいんちゃうん?

b63: 三角形よねえ。三角形で広がっていく。

a64: 俺もそう思う。

b65: 真ん中で…

a66: (b65の話を遮って)一緒やん。そんな気がせん?

b67: 三角形で。

c68: ちょっと…あぁ三角形や。

a69: 三角形やろ。

c70: 正三角形…

a71: が、どんどん広がっていくね。…真ん中になるときは、高さの中点、ここやろ。

c72: うん、ここ。

a73: つないだら、これが全部正方形の対角線だから、対角線、対角線、対角線で辺が同じになる。

(途中、省略)

a90: 正三角形が広がっていくのはどう説明する

c91: ここの3点結んだのが、ずーと上がっていく。で、最終的に、この3点で止まる(図1)。

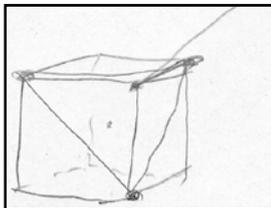


図1

以上のようなやりとりを経て、このグループは、最終的に「正三角形」という考えを、この問題の答えとして共有した。

プロトコルには示してはいないが、途中、a君とc君のやりとりで、指さしている所が違うのにコミュニケーションが成立しているところがあった。その部分を本人に見てもらい自己解説にて聞いてみると、a君は下から見た視点からの言葉であり、c君は一旦水に沈んだ状態から少しずつ浮かび上がってくる上から見た視点からの言葉であった。お互いに大差ないと感じそのままにしたとのことであった。

このコメントに見られるように、実際のコミュニケーションで発生した言葉の真意をさほど気にすることなく、曖昧さをもってコミュニケーションは進み、そんなコミュニケーションから合意が得られていることが分かる。また、前述したようにこのグループでは「真ん中ってどこ?」と言う疑問についても全体では明らかにしないままであった。全体を通して厳密に議論する方向性が欠けていたようである。

自己解説時に確認した時、違うなという感覚は持っていたようであるが、「3人で話していたら三角形もあるかなあと思った」という発言が得られた。自分のアイデアをもっていない段階でのコミュニケーションの存在故に、そこで作られたアイデアを共有するようになっていく。しかも、その議論の過程の中で根拠として働いている「…三角形で広がっていく」(b63)という考えは、立方体が水に沈んでいくときに途中まで実際に起こる現象である。この考えは正しい事実として存在し強力なものであるため、「正三角形」というアイデアはそのまま受け入れられたようである。

問題場面の本質的な部分での推論がなされず、その途中部分の分析結果を結論にしてしまっていた。

2.2.2. 高校2年生B

事後の自己解説から確かめられたことではあるが、このグループは当初f君が「六角形、多分正六角形だろうな」という感覚、d君が「六角形」、e君が「八角形になりそう。六角形かもしれない。三や四や五角形はない」という、問題提起の段階でそれぞれ漠然とした考えをもっていたグループである。

問題提起をしてから2分程度経ったとき、

d9: 六角形になる気がする。

f 10: それをどう証明するかよ。

d 11: 証明せないかんのかあ。

f 12: ある程度は…。そう思う, じゃ, いかんやろ。

というやりとりがあった。d 君, f 君においては共通な答えを見いだしていたようであり, 共通な答えを求めていたこの調査においてはこの段階でそれを答えとしてもよいものであった。自己解説にて f 君になぜ証明が必要と思ったかを尋ねると, 「何も分からない人にも分かるように説明しないとイケないと思って」という返答であった。彼らは答えだけの導出では不十分と感じ, なぜそうなるのか演繹的に説明しようと努力し, 問題解決を続けた。

それからまた2分程度後, e 君が「…八角形」(e 19)と表明し, d 君が「ハ?」(d 20)と疑問視するが, f 君は柔らかい口調で「俺, 空間図形イメージするの苦手だから, 図を描いて」(f 21)と断りながら八角形になる図を e 君に要求する。e 君は「そういう図って一番難しいやん」(e 22)と前置きしながら描こうと努力するが, 上手くいかず自分でその図に抹消線を入れる(図2)。

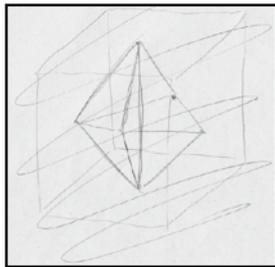


図2

その後, f 君が e 君に「こう見たら分かりやすくない?」(f 30)と言いながら, 図を見せる(図3)。口調も柔らかなその穏和な投げかけに e 君も「おうおう」(e 31)と反応し, e 君も自己修正する機会をスムーズに手に入れたようであった。このグループの以後のやりとりは次の通りである。

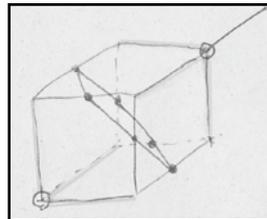


図3

f 32: とりあえずこの頂点2つは固定(図3, 右上, 左下の丸二つ)。それに接している3つの頂点は等しく水に沈む(図3に, 緑色と橙色の蛍光色をそれぞれ右上と左下に塗る)※実際には, 上の緑色の3辺は水には沈まないが, それについては議論の必要なく受け入れられていた。

f 33: で, あと6辺それぞれが, 等分されたそれぞれの所で水につかったらいいから, 断面はその中点を結んだこんな図になる(図3に, 青色で六角形を書き込む。中央部)。

f 34: で, これは1辺2つって考えたら, ここ1だから, 全部の長さが $\sqrt{2}$ になって正六角形になる。

f 35: ていうのが, 俺の考え。どう?

d 36: 俺も六角形だと思う。

e 37: んー, なるほど。

e 38: きたやん。

f 39: きたね。

e 40: 限りなく正解ってかんじ。

f 41: どうですか? これでもいいですか?

d 42: これでいいと思う。

2.2.3. 高校1年生C

このグループは当初, 四角形になると予想していたことが特徴的である。自己解説でも, l 君が「四角形, 正方形かもしれない」, r 君が「正方形」, o 君も「正方形」ではないかと考えていたと明らかにしてくれた。

このときの実際のやりとりは次である。

r 57: 上から吊して下ろしたら, 四角形になることは確かなんよ。けど, 長さが分らん。

l 58: 長さ?

r 59: だから, この辺の長さが…(聞き取れない)

l 60: 立方体だろ?

r 61: 四角形になる? (半信半疑)

o 62: 四角形にはなる。

その後5分程度, この四角形という考えを保持しながら議論するが, なかなか上手くいかない様子であり, 途中 r 君が「ああ実際に沈めてみたら楽なのに。」(r 84)とつぶやいたのをきっかけに調査者から立方体のフレーム模型を2個与えて問題解決に取り組ませた。それらの観察から次のようなやりとりが生まれる。

l 106: 半分まで沈んでなかったら三角形じゃない?

r 109: ああ, ここまでだったら三角形か。

l 110: 三角形から, 最後三角形に戻る。その間, どう

なってるかだよ。

(途中、省略)

l 141: うーとね, 3点(点E, G, D) 越えてこの真ん中同士(辺AE, EF, CG, DCの中点)をとると長方形になるんだけど…うーん, どうだろう(図4)。

r 148: で, この点の所で切れるとなると(辺AE, EF, FG, GCの中点)…なんか中途半端な形ができる気がする(図5)。

l 149: 俺ははじめからそれを言ってるんよ。とりあえず四角形の中途半端な形ができそう。

全員150: (しばらく個々で考える)

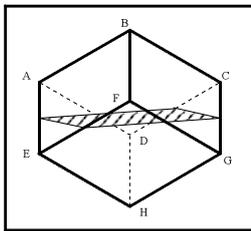


図4

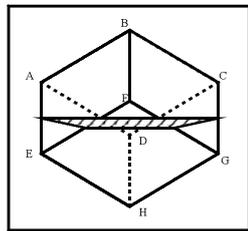


図5

この時点で, l と r は正解の切断面の頂点を部分的に見ている。l の考えていた図形は, 図6での長方形(ドット部), r の考えていた図形は正六角形のうちの台形(斜線部)であった。l と r はまだそれらを総合する視点は持ち合わせていなかったようである。しかし, 徐々に六角形を意識する準備は整いつつあるようであった。その後, 切断面それ自体を考えるのではなく, 水に沈んでいない所を考えようという見方に変わり, l 君から「六角形」が提案される。

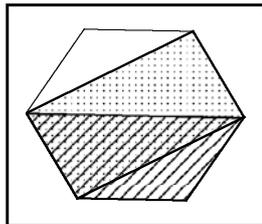


図6

l 151: 六角形になるんじゃない?

r 152: 六角形?

l 153: だから, (人差し指と親指を合わせたその指でフレームを辺BF, FE・FG, BC, CG・CD, BA, AE・ADと逆Y字になぞりながら) こうなると, ちょっとずつ出るやん。で, こう出て一点一点結んでいけばさあ, 六角形になるんじゃない?

r 154: こう。…ああ。

l 155: 図を描いた方がわかりやすいかも。…上から見たときに, この状態で, この3点からちょっとずつこう見えるやん。こんな感じで(図7)。

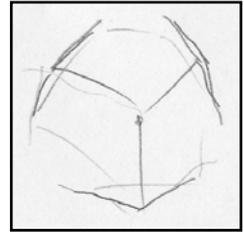


図7

で, これを全部つなげるとさあ, 六角形になる。でも正六角形じゃないよ。

r 156: 正じゃないけど, 六角形になるんかあ。

l 157: うん, 六角形だと思うけど。…うん? 正六角形になるんかな?

(途中、省略)

l 167: だって, 中点中点やろ? 中点同士, 中点同士, 中点同士で…あっその通る場所が違うから正六角形にはならんわ。

r 168: 中点通るとは限らないんかあ?

l 169: だって, 半分じゃないとさあいかなことない?

(途中、省略)

l 177: この3点は沈むし, この3点は上に出る。

r 178: ああ, そうかあ。

l 179: うん, 六にはなると思うんよ。

r 180: 六角形?

l 181: うん, 六角形やろ。

r 182: 正六にはならん?

l 183: うん, 正六にはならんけど, 六角形であることは間違いのないと思う。

r 184: ああ, …だったら3辺が一緒にそれが交互に並んでるって…

l 185: うん, だから, こことこことこは長さが同じだけど, ここだけちょっと長さが違うみたいな。

r 186: そういう感じがする。

l 187: うん, こんなやつになると思うんやけどな。向かい合う辺の長さは違うけど…っていう感じ? だから, こんな感じになると思うんだけどな(図8)。

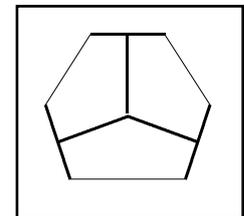


図8

この時点での考えを自己解説にて3人に聞いてみた。図8のような図形をここでは「準正六角形」と呼ぶことにすると, 3人ともこの「準正六角形」(図8)で一致

していた。ここまで議論に積極的に参加することなく個人で黙って考えていたo君も同じであった。

o君の考えの推移としては、当初「正方形」から「四角形」に変わり、「六角形、正ではない」「準正六角形」へと変化していたことを自己解説にて語ってくれた。言語的にはコミュニケーションにはさほど参加していないが、議論には参加し相互作用は十分得ていたと考えられる。

***** (最初から計って31分過ぎ) *****

r 232: 全部の midpoint で切れるとかじゃない気がする。

l 233: うーん, …俺は midpoint で切れる気がする。…スバット, 正六。

r 234: それで切れるとしたら計算できることない?

l 235: うん。計算できるはずだと思うけど。

(r と l は模型を使って考える。o は個別に検討中)

(途中, 省略)

r 240: うーん, …合いそうかな…。

r 241: てか, これさ, midpoint 同士が合って正六になるんじゃないって, 今思ったんだけど。どう?

l 242: そう midpoint 同士…

r 243: うん, midpoint 同士じゃないとさ, だって半分沈めると言う条件満たせんことない?

l 244: うーん… (考える)

(最初から計って35分過ぎ)

o 254: 実際どんな形かを考えるんやろ?

r 255: うん。どんな形か, だから証明いるんかなあ?

(途中, 省略)

l 261: 正六角形っぽい…

r 262: うん, 正六角形だと思っやけどな。

l 263: midpoint 同士が結びつけば絶対そうなるよね。

r 264: うん, でも midpoint 同士じゃないところでやってみようとならんし, …

l 265: midpoint っぽいよね。ぽいでいいかどうか分からんけど。

r 266: てか, midpoint だと思っやけど, 本当に。midpoint じゃないとちょうど真ん中で沈まん。

l 267: 真ん中やけん…

r 268: ちょうど真ん中やけん, 半分沈むから, 真ん中のはずやけん。

l 269: … (聞き取れない)

r 270: うん。midpoint で沈んでちょうど六になると思っやけどな。

o 271: これの証明って…

r 272: そうか, 証明いるんか。証明どうしようかな。

l 273: 証明…か。

(l は計算を中心に証明を考え, r はいくつか未熟な証明を提案するがどれも l と o に取り上げられない程度のものである。o は個別に検討中) (途中, 省略)

(最初から計って45分経過)

o 302: 証明できる。

r 303: できる?

o 304: 口頭ならできる。立体やろ。体積同じってことは, 半分だから, 上の立体と下の立体が同じ形になればいいんだろ全て。さっき言っったことを参考にしよ, 上3点と下3点は消して, この6つやろ, で, midpoint だろ。こことこ結ぶだろ。

l 305: ん, ここ結んで, 結んで, 結んで (6辺を示す)

o 306: 同じ長さってことは直角二等辺やろ, 比で求めるとするならば, 今日やったように $1:1:\sqrt{2}$ で全部同じ長さってことになるやろ。

r 307: ん, …それでいいんやない? 結論。

l 308: うん… (聞き取れない)

r 309: そう考えんとできんよな…。一応それを結論とする?

l 310: うん…あぁなんか悔しい。図形を計算で求めたい。

3. 調査過程の解釈とその整理

拙稿 [3] にて, 小学生 (2グループ)・中学生 (2グループ)・大学生・大学院生の6グループの調査から暫定的に共有過程の特徴を段階的整理した。今回の調査においても各調査対象ごとにプロトコルを解釈し, 共有過程を表に整理していく。

3.1. 高校2年生A

「対人的な関係の側面」である「自己の主張」, 「他者の比較」については日常生活や調査中のやりとりから, すべてのグループともに問題なくそれらの能力を有すると思われる。

この高校2年生Aの事例において特徴的なことは「数

学的な議論の側面」における「事物・事象との調整」についてである。このグループでは、対象としている問題場面の初期的な部分の情報のみをもって、中心的・本質的な部分の検討を図ったことが特徴的である。その意味で、「事物・事象との調整」が不十分(△)であり非成功的(×)である(表2)。

そして、その不十分さを生み出す要因としては、自己の考えをしっかりと持つに至る前に、お互い口に出される「三角形」という考えを取込んだ。しかし、この問題における自己の考えが出来ていないために他者の考えをしっかりと受け止め考えるという特徴をもつ「他者の考えの尊重」において失敗している。必然的に自己の考えの調整も起こってはいない。問題自体に対しては一面的ではあるがお互いの共通部分「三角形」という考えを共有している。

表2：事例から見られた多様な共有過程

共有の仕方	対人関係の側面		数学的な議論の側面	認知的な側面					
	自己の主張	他者の比較	事物・事象との調整	他者の考えの取込み	自己の考えの保持	他者の考えの尊重	自己の考えの調整	共通部分の受容	差の受容
小学5・6年	○	○	×	-	-	-	-	-	-
小学6年	○	○	○	-	-	-	-	-	-
中学2年	○	○	○	○	○	-	-	-	-
中学3年	○	○	○	○	○	○	○	-	-
C: 高校1年	○	○	○	○	○	○	○	○	-
A: 高校2年	○	○	△×	○	-	×	-	○	-
B: 高校2年	○	○	○	○	△	○	-	-	-
大学3年	○	○	○	○	○	○	-	○	-
大学院1年	○	○	○	○	○	○	○	○	○

3.2 高校2年生B

このグループの特徴は、1人の生徒の考えの共有であり、「共通部分の受容」や「差の受容」までは至らないと考える。特徴的なのは、e君が「八角形」と主張するが、f君がe君の面目を保つように柔らかく指摘することで共有を図っていく過程である。e君については「自己の考えの保持」は出来ていないが、f・d君においてはそれは十分であり、その意味で表2では「△」と表現している。

e君はf君の説明を受けて、数学的に「正六角形」を理解したと思われるが、それ以上にf君からの対人的・

社会的配慮、またコミュニケーションの上手さからその理解に至っている影響も強いと判断される。というのも、事後解説によって(正しくは自己解説調査後、調査者と2人になった時であるが)、e君はf君について言及することが多くかつ好意的・肯定的に認めている存在であることを話してくれていた。

3.3 高校1年生C

このグループは時間をしっかりとかけ議論をしてくれたことが特徴的である。所要時間は約49分であり、調査者の都合で最後は強引に終わらせた感もある。

自己の考えをすぐにあきらめるということはせず、時間をかけながら議論を重ね、さらに自己の考えを調整していった。最後は、ほとんど黙って議論を聞いていたo君が共通部分を整理する形で合意をつくり「正六角形」というチームとしての解決を図っていった。自分たちの意見の差それ自体を調整するという行為までは見られなかった。

4. 考察

今回の調査で検討すべきこととして、筆者は次の3点を考えている。

第一は、調査に見られる高校生の問題解決過程が、前回の調査で得られた共有に至る多様な過程にどのように位置づけられるかの検討であり、第二は、同年代の集団において共通にみられる特徴の導出である。そして、第三は、非成功的な答えを結論づけた高校1年Aの解決過程の考察についてである。

4.1. 解決の共有過程は能力や発達段階によって線型的に特徴づけられるか

拙稿[3]では、共有の過程に段階性が有するのではと予想していた。たとえば、表2にあるように、対人関係の側面では、自己の主張→他者の比較へと、また認知的な側面では、他者の考えの取込み→自己の考えの保持→他者の考えの尊重・自己の考えの調整→共通部分の受容→差の受容といったように、区分した特徴が出現の早遅はあっても一定の順序で起こり、進展していったり、前段階から次段階へと吸収されるか拡張されるかして階層的にまとまりながら変化するのではないかと予想して

いた。しかし、今回の調査結果をもとに同様に表2に整理してみると、必ずしも発達の経過とともにコミュニケーションによる共有の過程が進展するのではないことが明らかになった。

議論における共有の仕方の特徴は、必ずしも線形的な特徴を有するものでなく、特徴的な段階が一定の順序で起こるといった段階性をも有さない。議論に参加する主体者の発達にのみ依存するものではないということと同時に、様々な共有の仕方を生み出すコミュニケーション力を有した集団においては、実際にそこで発生したコミュニケーションによる議論の質や途中途中で生じた相互作用の相互影響によってその共有の仕方が変わる。同じコトバを使用したコミュニケーションを通して、他者の考えを取込むだけの視点での議論と、他者の考えを尊重しようとする視点での議論ではその効果は変わってくると思われるからであろう。たとえ同じコミュニケーションであっても、状況によってそれを判断する認知的枠組みやシステム自体が異なっているようである。個人によってその都度、自己判断する尺度が異なることが、社会的相互作用の多様性を生み出す一つの要因であろうと思われる。実際、高校2年生Bの事例において、生徒たちが図6において指摘できる内容について注目しそれに継続的に検討しておれば、対立する考えにおける共通部分と差の部分にもっと注目でき、それ以後の共有の型も当然変わったであろう。

4.2. 証明に対する認識の差

2点目として、高校生を調査対象として分かった「証明しなければならない」という暗黙のストレスについてである。中学2年・3年、大学生・大学院生を対象とした先の調査[1, 2, 3]ではこのようなストレスはなかった。7月、11月と時を別にし学校を別にしても、高校生を対象として同じような傾向が見られたことは特徴的である。

今回の取組みが調査であるという子どもたちにとっては特別な状況設定であり、その意味で身構えたことも考えられるが、そうした状況は前回の調査、小学生や中学生そして大学生・大学院生にとっても同じである。それにも拘わらず、小・中・大・院生についてはそれほど証明の必要性を意識していない。「自分たちの考えはこう

である」、「自分たちはこう考えた」という方向性のなかで議論していた。問題場面が数学のものであるため、ここでの議論は必然的にその議論参加者だけに通用するといったものではなく、一般的に第三者にも客観的に理解され得るはずのものである。共有している仮定からお互いの主張は導かれ、かつ、それらはその議論参加者により（その議論参加者の理解程度の範囲内ではあるが）確かめられ得るからである。飛躍のある直観的な推論で得られたのであれば別だが、その議論参加者たちの妥当な議論によってある考えが導かれているのであれば、殊更に「証明しなければならない」でなくても、「じゃあ、これまでの話をまとめてみるよ」でもいい訳である。

「証明」という活動が意図的・積極的に学習されるのは中学校第2学年からである。中学2年や中学3年では、まだその学習に取組み始めた段階であり、自らその利用を判断し選択するに至っていないのかもしれない。しかし、高校生はそうした学習の真っ直中にあり、多くの場合で型のように証明活動が要求されている。学習は、知識・概念を学ぶと同時に、学び方も同時に学ぶことが知られている[4]。この段階では、自らの考えの導出の仕方さえも、こうあるべきと言う規範性を意識しながら学習していると考えられる。

こうした学習から一般的に開放された大学生や大学院生では、自分を守るため、自分の行動に正当性を有するために、より状況に合わせながら自分の行動を制御することが可能である。この調査においてはチームとして協力し皆が納得する答えを得たら問題解決は終わりであることを要求し取り組んでいる。直観的・偶発的にある共通した答えが見いだされたのであれば、その生成過程を再検討する必要があるが、議論過程の結果として得られた共通した答えであれば、今回要求されている課題に対しては十分な反応である。したがって、大学生や大学院生においては、第三者を意図した「証明」という活動には至っていない。

その一方で、今回の調査の高校生いずれのチームもそのチーム以外の他者を意識しその他者にも通用し得る数学的推論を求めて努力していた。高校2年生Bの事例におけるf君の発言「それをどう証明するかよ。」(f10)や高校1年生Cの事例のr君「そうか、証明いるんか。証明どうしようかな。」(r272)は顕著である。高校2

年生Aの事例では、「正三角形が広がっていくのは、どう説明する…」(a90)などがそうである。

しかも、そうして得られた証明はそれほど十分練られたものではないのに、了承されるのはなぜであろうか。高校1年生Cの証明では、問題視されていた中心的な課題は「なぜ水面が6辺の中点を通るか」であったが、そこで最終的な根拠づけとして彼らが採用したのは、それまでどちらかと言えば静観していた構成メンバーの一員o君の「…半分だから、上の立体と下の立体が同じ形になればいいんだろ全て。…」(o304)という発言であった。我々から見ればこの論証で十分証明に値するが、当の解決者たちにとっては「半分沈む ⇒ 2つの立体は合同 ⇒ 6辺の中点を通る」という推論に十分な検討をもつことができなかつたために、さらに検討の時間が費やされている。しかし、それについての十分な根拠づけはないまま進み、その後のr君とl君の発話「ん、…それでいいんやない? 結論」(r307)、「うん…(聞き取れない)」(l308)、「そう考えんとできんよな…。一応それを結論とする?」(r309)というやりとりの中で、十分に納得できていないままにc君の発話c304でその証明としてしまうことが見て取れる。展開として第三者的な役割を担うことになったo君にも「正六角形」という考えが評価されるという事実をもって、r君、l君のみならずこの議論参加者だけに理解されるものではないという意味で根拠づけられ、このチームの答えとしてそれが共有されたと思われる。

加えて、全体としての議論に十分な検討時間を有しているということも、根拠ある結論として「正六角形」を共有するに至ることに影響したと考える。

4.3. 非成功的な答えを共有した原因

第3の検討は、なぜ間違った答えであるにも拘わらず共有されるようになったのかについてである。

前回の調査においても非成功的な答えをチームの答えとして共有する集団はあった[3]。それは小学5・6年の事例で異年齢で構成していたものであった。そこでは、6年生が2人、5年生が1人という組合せであり、その意味で5年生が立場の悪い状況にあった。5年生の素朴な考えは正解の「正六角形」に迫るものであったが、それは6年生から出された「平行四辺形」という考えに

追いやられ、最終的には6年生の考えである「平行四辺形」をチームとしての答えとした事例である。この場合は、対人的・社会的関係の中からその優勢なグループの意見が優位になったが、今回は対人的・社会的にも同等の立場であるにも拘わらず不正解を共有している。それはなぜか?

単純に考えれば、不十分な検討であり、不十分な議論からの結論であったためと予想される。トウルミンの議論モデルを引用しながら議論について述べている福澤一吉は、「主張」、「根拠」、そして主張と根拠を結合させる「論拠」の3要素が、議論モデルには存在するとしている[5]。そして、議論において主張だけを繰り返してもダメであり、その主張の妥当性を高めるためには根拠を示さなければならない。

その観点から、再度、高校2年生Aの事例のプロトコルを分析すると、主体者が他者の考えを推察し代弁するという行為も含みながらではあるが、下記に示すように、各主張においてその根拠と論拠を提示することができ、議論モデルの特徴(1)主張、根拠の明示、(2)妥当な論拠の存在は満たしており、この高校2年生Aの事例は議論としては十分なものであると考えられる(下記、参照)

a62: a君の主張

b63: b君の主張とその根拠(論拠: 模型の観察から、1つの頂点から伸びた3辺を水面は横切りながら上昇していくことがイメージできるから)

a64: b63に賛同することによって、a62の根拠を表明(論拠: 前述)

(途中、省略)

c70: c君の主張

a71・c72: c70の根拠(論拠: 半分沈むとき、水面は立方体の中心を通っており、その中心は最下点と最上点の中点だから)

a73: c70の根拠のつづき(論拠: 1辺を共有する正方形だから3つの面を構成する正方形はすべて合同であり、その対角線は同じだから)

ここでの問題は数学的なものであるから、提示される根拠や隠れた仮定と言える論拠もある範囲内で検証・反

証可能であるべきものであり、実際に根拠として提示されている b 63, (a 64), a 71, (c 72), a 73 いずれも “その内容” の正しさは確かなものである。部分部分の内容に飛躍はない。

しかしながら、内容と内容をつなぎあわせる展開に問題があると考えられる。それは a 9 の「つないだら…」の部分である。半分沈んだとき、なぜ水面が図 1 の対角線のところを横切るのか、なぜそこをつながなければいけないのか、それについては説明をつけていない。説明していないのに受け入れられているのは、3次元の観察を2次元に表現した困難さが一つの要因として働いていると考える。彼らは図 1 の中に、立方体の中心を実際に描き込んでいる (図 1)。その点を通る水面 (水平面) を考えたとき、図 9 のように立方体の中心を B H の真ん中にイメージしそこからその点を手がかりにして考えたため、その水面が随分手前にイメージされ A F を通過すると考えたのだろう。

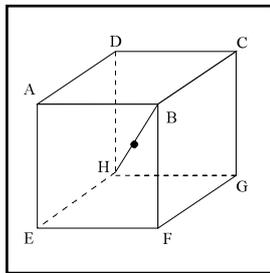


図 9

実際は、奥行きがあるため、近くにあるものは長く、遠くにあるものは短く見え、立方体の中心は見た目点 H よりにある。その状況を 3 点透視図法によりデフォルメしたものが図 10 である。つまり、実際は図 10 のように水面を通る立方体の中心はもっと奥にイメージされるべきものであった。しかし、実物の観察から離れ 2 次元の図 9 で考え水面が手前にイメージされたことから、水面が点 C, A, F を通るしてしまった。表象によって概念は表現されると同時に、表象によって概念は構成されるため、より慎重な扱い、態度が必要である。

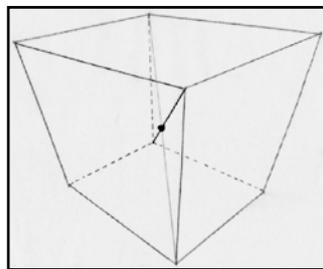


図 10

議論や考察を進める際、我々はコトバや表象物を利用しながらそれを展開する。一つ一つのコトバや表象物はある面を強調する一方である面を犠牲にするなど、あるアイデアを正確に表現するのは困難であり、曖昧さを必

然的に有するものである。少なからず一つ一つのコトバや表象物には飛躍を伴い、かつ、そのそれらの組合せ方といった利用においても飛躍を伴う。個々人においても、自らのアイデアが周辺のアイデアとの関係においてそれが構成され意識されているため、そのアイデア自体と完全に一致するものとして厳密かつ正確に言い表すことはできないし、他者との間に完全に一致する形で理解はできない。もしもコミュニケーションに厳密さを要求してしまえば、一つのアイデアを表現しようとしたとき、無限個あるとも言えるべき複数の他のアイデアとの関係によってそのアイデアが構成される故と、表現に利用しようとするコトバや表象の曖昧さから、一つのアイデアの表現に終始することになり際限がなくなり、議論は一步も進まない。曖昧さを有したコトバや表象の利用、そして曖昧さを有した互いの理解によって、コミュニケーションは展開し、その寛容さ故、飛躍・発展が起こると考える。

その議論にどうやって正当性が判断されるかは、その議論に参加する主体者によって作られる “誠実さ” が問題になる。その議論が、数学に対して、対人関係に対して、我々を取り囲む文化・歴史に対して、展開されたコミュニケーションに対して、そして、自分自身 (個人) に対してどれだけ誠実であるかで、そこで繰り広げられた考察に、その個人、その共同体の程度なりに正当さを信じていることができるようになる。

高校 2 年生 A のやりとりの中でも、上からみた視点と下から見た視点との違いを感じられるような箇所がある (これはプロトコルには現れない。第三者が見て気づいたことである。) が、その疑問・不安についてその参加者たちが「大したことはない」 (自己解説から明らかになったこと) とそれを積極的に検討していない。もしもその検討に取り組んでいれば、上から見ている者は $\triangle AFC$ を、下から見ている者は $\triangle DEG$ について表現していることに気づき、「半分沈む」という状況に至っていないことに容易に気づいたであろう。しかし、彼らにとっては個々の議論に間違いはなく、彼らにとって厳密な議論を重ねた末に導かれた結果の「正三角形」に正当さを与えた。

加えて、どれだけ論証を重ねたものであるかを示す指標の一つに議論に要した時間でも、それらを比べること

ができるであろう。前回調査と今回調査に要した時間は表5の通りである。

表5：問題解決に要した時間

調査対象	結論	時間
小学5・6年	*平行四辺形	*約13分
小学6年	正六角形	約12分
中学2年	正六角形	約31分
中学3年	正六角形	約28分
高校1年C	正六角形	約49分
高校2年A	*正三角形	*約18分
高校2年B	正六角形	約9分
大学3年	正六角形	約37分
大学院生	正六角形	約50分

*印：非成功的な答えに対応するもの

表5を見る限り、成功的な答えや非成功的な答えを導出するのに時間的な長短の区別はないと思われる。短時間でも成功的な答えに至ることは十分にあり得る。しかし、低年齢ほど十分な論証を重ねるといった活動は困難であると予想される。その意味で言えば、他の中学生以上の調査対象と比べると、高校2年生Aのグループは、厳密な論証を展開できる段階にあるにも拘わらず、それにふさわしいだけの議論を時間的にも展開していないことが分かる。

理科の授業場面を考察したものであるが、P.Scottは、「日常的知識」から「科学的知識」への学習過程には「時間が必要である」と言及している[6]。つまり、議論を要した学習には「時間がかかる」ではなく時間が必要であり、時間をかけなければいけない。例えば、コミュニケーションが言語的に活発でなくとも、議論が尽くされたという時間が保証されていることも、誠実な議論を保証しより正当性を感じ、ある考えを共有するに至る要因になり得ると考える。

5. おわりに 一まとめと課題 一

本稿では、先の調査において実施できなかった高校生に対して行った調査結果を報告した。

こうした調査の考察は、ある集団の観察によって導出したものであり、より一般性を有するためにも、事例を増やし検証していくことが前回発表[1]の課題であった。その意味で、こうして高校生の調査を報告できたことは有意義であった。しかも、これまで筆者は多様な共

有の型がその主体者の発達の状況によって段階性を有するのではという予想を持っていたが、今回の調査を受けて必ずしもそうではないことが分かった。たとえいろいろな共有の型に至る能力があるにしても、実際に繰り返し広げられたコミュニケーションの状況や個々人の意識性から共有の型は刻々と変わり得るということが明らかになった。今後、さらに事例を増やし、共有の型の変化について考えていきたい。

今回の調査において初めて同学年の調査を報告した。期せずして成功的な答えと非成功的な答えを結論とするグループが存在し、その比較をすることができた。その比較から、成功的な答えを結論づけたグループはそのグループの程度に応じた十分な時間をかけ議論したのに対し、非成功的な答えを導出したグループはコミュニケーションにおいて感じた曖昧さを決定的な箇所ですら許容してしまったために、その結論を得てしまっていた。コミュニケーションは曖昧さ故に、実際に展開されるより発展的・生産的なアイデアを生み出すものであるが、今回は非成功的な結論を見いだしてしまった。

また、高校生の特徴として、証明の必要性という暗黙のストレスが彼らの数学的な活動についてまわる傾向があることを指摘した。調査という特別な状況設定ではあったが、学習者は学び方を学びながら、自分たちの活動をその学び方の中で評価しようとしている。教育する側に立つ我々は、学習者に、画一的・固定的にその学び方の中で自分たちの行動を選ぶのではなく、最終的にはその学び方すら自己選択、自己修正しながら自己決定できる主体者を育てたいと考える。

最後に前回でも指摘したことであるが、これらの主張はいずれも個別な事例観察によって得られたものであり、それらを一般的な理論として主張するにはより慎重にならねばならない。事例観察をさらに蓄積しそれらを検証するとともに、研究発表を繰り返す中で他の研究者・教育者に公表し、その修正に努力しなければならない。

謝辞

調査にご協力いただきました中等教育学校と愛媛大学附属高等学校の生徒の皆さんならびに先生方にお礼申し上げます。ありがとうございました。

付記

本研究は、平成21年度科学研究費補助金(若手研究(B))「小集団において相互作用的に問題解決し自律的に意思決定する過程についての研究(課題番号21730700)」の研究費補助を受けて行われた研究の成果の一部である。

引用・参考文献

- [1] 吉村直道, 「数学問題の協力的解決過程におけるプロトコル分析 (I)」, 愛媛大学教育実践総合センター紀要, 第27号, 2009, pp.29-41.
- [2] 吉村直道, 「数学問題の協力的解決過程におけるプロトコル分析 (II)」, 愛媛大学教育学部紀要, 第56巻, 2009, pp.171-176.
- [3] 吉村直道, 「学習者たちだけによる協力的解決過程に見られる多様な共有の仕方について」, 全国数学教育学会, 『数学教育学研究』, 第15巻, 第2号, 2009, pp.95-102.
- [4] R.K.ソーヤー原編, 森敏昭・秋田喜代美監訳, 『学習科学ハンドブック』, 培風館, 2009.
- [5] 福澤一吉, 『議論のレッスン』, 日本放送出版協会, 2002.
- [6] P.Scott, "Talking a Way to Understanding in Science Classrooms", N. Mercer & S.Hodgkinson, "Exploring Talk in School", SAGE, 2008.

