愛媛大学教育学部紀要　第58巻　87 ~ 94　2011

# 学習者たちだけによる協力的問題解決過程の分析
## ―数学的な問題に対する解決過程に注目して―

(教育学部数学教育学講座)　　吉　村　直　道

# An Analysis of Students' Interaction in a Cooperative Solution Process
## ― For a Problem in the Life with the Mathematical Judgment ―

Naomichi YOSHIMURA

(平成23年６月10日受理)

### １．はじめに

平成21年より，子どもたちが教師なしで相互作用的に算数・数学の問題を解決していく過程を，小学生から大学生（院生も含む）の集団までを対象とし，自律的に意思決定する場面をデータ収集し考察してきた。平成21年は，小学生２グループ，中学生２グループ，高校生４グループ，大学生１グループ，大学院生１グループ，計10グループを調査した。

これまで，集団で解決をはかる場合その解決に参画する主体者の発達段階や経験によって解決の共有の型が異なるであろうと予想していた［１］。しかし，拙稿［２］において，必ずしもそうでないことを指摘できた。小学生から大学生まで比べても，利用している数学的な能力や手法に変わりは余りなく，大学生・院生だからといって高度な数学的手法を用いて解決するといった違いは見られなかった。解決の共有に関わっては，それぞれの認知的能力以上に，実際に繰り広げられたコミュニケーションの状況や個々人の意識性から共有の型は刻々と変化していた。

平成22年からは，これらの結果が，数学的な問題解決における特有のものなのか否かについて議論するために，調査問題をより日常的な場面のものにし，集団として協力的に意思決定する過程の導出をはかる。そうすることで，数学的手法はどのように日常的な問題解決に用いられ，よりチームの意思として自律的に意思決定する場面の抽出に取り組みたい。

### ２．調査

数学の問題に対する問題解決であると，必ずしも自律的な意思の反映と言うわけでなく，予め予測可能な準備された解決に至り，余り議論することなく「これしかないよね」といった解決に至ることが少なくない。

そこで，平成22年は，次のような数学的な探究も可能な日常的でオープンエンドな課題を用意した。

課題ア：パンケーキ問題（出典［３］，部分的に筆者改変）

今日はアンの誕生日で，彼女のお母さんは大きさが違う３つのフライパンでパンケーキを作ろうとしています．
アンが友達に
「 大きなパンケーキ（直径 30 cm）を２つか，
ふつうの大きさのパンケーキ（直径 20 cm）を４つか，
小さなパンケーキ（直径 15 cm）を６つかの，
どれかを選んでいいよ.」と言いました．

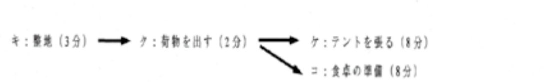
あなたたちなら，アンのお母さんに，
どのパンケーキをお願いしますか？

課題イ：キャンプ問題（出典［４］）

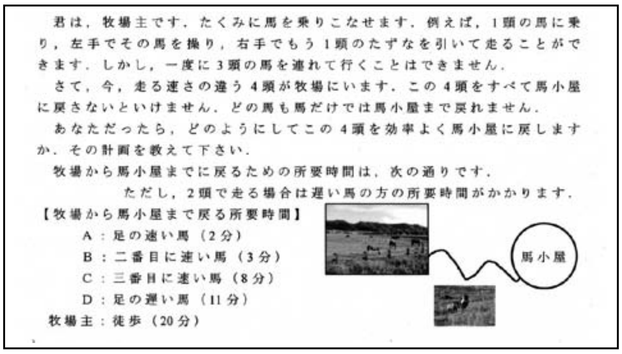
４人で，川辺にキャンプに行きました．川辺に着いたら，早速いろいろな仕事に取りかからなければなりません．仕事は大きく分けて２つです．テントを張ることと，食事を作ることです．それらの仕事には，さらに細かな作業があり，いくつかの条件があります．

さて，効率よくこれらの仕事を進めるには，君たちなら，何人でどのような手順で行いますか．

条件
・次の仕事は，どれも一人で行うものとする．
・一人が二つの仕事を同時にすることはできない．
・それぞれの仕事には，その仕事に取りかかることができる優先順位があり，その優先順位を図の矢印にて示す．例えば，「材料を炒める」は，「火をおこす」と「野菜を切る」という作業後でなければ，着手できない．
・それぞれの作業にかかる所要時間は予め分かっているとする．



課題ウ：馬移動問題（出典［4］）



君は，牧場主です．たくみに馬を乗りこなせます．例えば，1頭の馬に乗り，左手でその馬を操り，右手でもう1頭のたずなを引いて走ることができます．しかし，一度に3頭の馬を連れて行くことはできません．

さて，今，走る速さの違う4頭が牧場にいます．この4頭をすべて馬小屋に戻さないといけません．どの馬も馬だけでは馬小屋まで戻れません．

あなただったら，どのようにしてこの4頭を効率よく馬小屋に戻しますか．その計画を教えて下さい．

牧場から馬小屋までに戻るための所要時間は，次の通りです．

ただし，2頭で走る場合は遅い馬の方の所要時間がかかります．

【牧場から馬小屋まで戻る所要時間】

A：足の速い馬（2分）

B：二番目に速い馬（3分）

C：三番目に速い馬（8分）

D：足の遅い馬（11分）

牧場主：徒歩（20分）



調査課題ア：パンケーキ問題は，登場人物の人数も特には決められていない。予想されるのは，「あなたたちならどのパンケーキを選びますか」という問いから，自分たちが招待されている友達とする意思決定である。つまり，問題の条件すら解決者自身にゆだねられていることが，特徴の一つである。さらに，与えられた情報を加工することなく利用すれば，長さで比較することになり，大きな値を優位に考えると，

大きいパンケーキ：30（㎝）×2＝60（㎝）　３番

ふつうのパンケーキ：20（㎝）×4＝80（㎝）　２番

小さいパンケーキ：15（㎝）×6＝90（㎝）　１番

となる。面積で比較しようと考えれば，

大きいパンケーキ：$15^2\pi\times2\fallingdotseq4239$（㎠）　１番

ふつうのパンケーキ：$10^2\pi\times4\fallingdotseq1256$（㎠）　２番

小さいパンケーキ：$\left(\frac{15}{2}\right)^2\pi\times6\fallingdotseq1060$（㎠）　３番

さらに発展して，パンケーキの厚さ（高さ）も直径に比例すると理想化し体積比で比較すれば，

大きいパンケーキ：ふつうのパンケーキ：小さいパンケーキ

$=30^3\times2:20^3\times4:15^3\times6$

$=216 \ : \ 128 \ : \ 81$

１番　２番　３番

となる。厚さを例えば「どれも２㎝」と仮定すれば，体積の比較による議論も面積での比較のものと同様になる。与えられた情報をどのように処理するかで，量の序列が変わるという特徴を持つ。

調査課題イ：キャンプ問題は，「効率よく」という目的をどのように解釈するかで，結論とする作業パターンは異なる。一般的にすぐに想起されるのが，時間という観点であり，最も少ない時間で済む作業パターンを探る。その際，「手伝ってくれる人が多ければ多いほど作業時間は短くなる」と考えるのが普通であるが，この課題の場合，一つ一つの作業に優先順位があり制約があるため，２人でやろうと，３人でやろうと，４人でやろうと全体で33分の時間がかかる。もしも，人数が少ない方が効率がよいと解釈すれば，２人で33分の作業パターンを取り決める。一人の労力がより少なくなるように考えれば，４人で33分の作業パターンを選ぶ，という課題である。

調査課題ウ：馬移動問題も，問題の質としては課題イに類似しており，所要時間という観点で効率的な馬移動のパターンを考え出す。一般には，足の速い馬をなるべく多く利用し，その全体の所要時間を少なくしようと考えるが，足の遅い馬２頭をセットにし11分の移動に８分の移動を含めて，全体の所要時間を短くする工夫があり得る課題である。

課題ア，課題イ，課題ウと進むにつれ，１通りの解が想定されるような課題になっているが，課題アはもちろんのこと，課題イ，課題ウにおいてはどんな解決を表明しても間違えと言うことはできないオープンエンドな課題であることが，これらの特徴である。

これらの調査課題を用意し，今年度６つのグループに調査を行った（表１）。時間の関係上，小学生・中学生においてはすべての課題を課すことはできなかった。すべてのグループにおいて共通に調査できたのはパンケーキ問題だけであり，本稿ではその調査に焦点をあてて考察をする。

**表１：調査記録**

| | 実施日 | 学年 | 人数 | 課題 |
|---|---|---|---|---|
| A | 2010年12月３日 | 小学６年 | 女子３名 | パンケーキ |
| B | 2010年12月10日 | 小学６年 | 男子３名 | パンケーキ |
| C | 2010年10月15日 | 中学３年 | 女子３名 | パンケーキ<br>キャンプ |
| D | 2011年２月７日 | 高校１年 | 男子２名<br>女子１名 | パンケーキ<br>キャンプ<br>馬移動 |
| E | 2011年２月７日 | 高校２年 | 女子３名 | パンケーキ<br>キャンプ<br>馬移動 |
| F | 2010年７月16日 | 大学４年 | 女子２名<br>男子１名 | パンケーキ<br>キャンプ<br>馬移動 |

## ３．パンケーキ問題の結果

Aグループ（小学６年生女子）では，約16分間の検討の結果，ふつうのパンケーキ（20㎝，４枚）を選んだ。

具体的には，「直径30㎝って大きいのがいいよね」（B25），「うん。小さいのはないよね？　…，面積，面積」（A26）と言って，それぞれ面積の計算作業に移る。計算結果がなかなか揃わないものの，なんとか計算を終え，面積で比べると，

（30㎝のもの）＞（20㎝のもの）＞（15㎝のもの）

という結果を導き出す（12分経過時）。しかし，「自分だったらどれ食べたい？」（C142）と言う言葉から「私は，普通の大きさのを一人１枚ずつ食べる方が楽だと思う」（B143），「（大きいのを）半分にしたら，ずれる子とかおるもんね（ちょうど半分にならない，という意）」（C147），「うん，普通の大きさじゃないかな。一人１枚って感じで」（A152），「一人１枚ずつ食べられるし…」（B167）と続き，「ふつうがいい」と言うことに落ち着いた。このグループが設定していた人数条件は，アンと自分たち３人の４人であった。

Bグループ（小学６年男子）では，時間の都合上，検討を途中で中断することになってしまい，実際には約12分間の議論しかできなかった。

結論としては，ふつうのパンケーキ（20㎝）を４枚焼いてもらうを選択したが，３人（A，B，C君）の根拠がばらばらのままであったことと，人数設定がアンとアンの母，そして自分たち３人の計５人で考えたこと，そしてB君が与えられた数値を面積や体積に加工することなく長さのまま数学的に議論し，ふつうのパンケーキに優位さを見いだし結論づけていたことが，特徴的である。A君，C君は，ともに面積を比較し，

（30㎝のもの）＞（20㎝のもの）＞（15㎝のもの）

という結果を個人的には得ているもののそれを表明することはなく，「真ん中」（B64）ときっぱりと答えるB君の意見に合わせるように，A君は「えっと，４つて言うのは何か分けにくいけど，食べる人のことを考えて，ちょうどいい量で，真ん中（ふつう）がいい」（A119），C君は「６個だったら１個余るし，４個だったら２個はアンとアンの母に，残り２個は友達だから３人で分ければいい」（C123）と，両者多少ぎくしゃくした理由づけをしながらふつうのパンケーキを選んだ。対照的に，B君は「結局，真ん中なんだけど…比に個数かけてそのあと割ったときに余りが一番少ない」（B121）からと，とても興味深い考え方をしていた。その考え方をわかりやすく表記したものが図１であり，それを模式図に表したものが図２である。図２の余りの部分を比較すると，ふつうのパンケーキを５人で分けると無駄が少ないことがよくわかり，この事実をB君は見つけ，ふつうのパンケーキを選択していることがわかる。このBグループは各個人それぞれ数学的な考察に取り組むものの，お互いの相互交渉（ネゴシエーション）が上手くいかず修正・発展されなかったことが残念である。

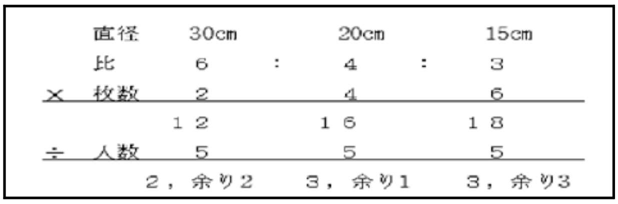



図１：BグループのB君の考え方

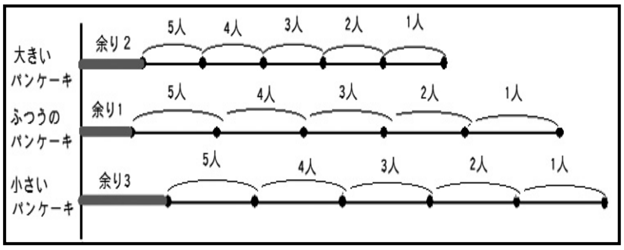



図２：BグループB君の考えの模式図

Cグループは，自分たちとアンの４人という人数設定で話し合いを進め，「数が多い方が食べた感がある（数）」（A15），「大きい方が達成感がある（量）」（C19）などとして，当初，「結局，一番いっぱい食べられるのが…えっと…（面積の計算）」（A22）と言い，Bさんが面積を計算し「あ，一番大きいわ，こっちの方が。これが一番大きい，15㎝が。うん，15㎝が一番大きいわ」（B60）と表明し，

（15㎝のもの）＞（30㎝のもの）＞（20㎝のもの）

という大小関係を容認していた。その後も，「（誕生日会というシチュエーションを考慮して）ケーキの代わりなら大きい方がいい（状況，見た目）」（B207），「４つだったらそのまま食べられる（手間）」（C209），「切ったらボロボロになって，ちょうど半分にならない（正確さ，均等さ）」（B210），「６個なら１個と半分で中途半端（形，

見た目)」(A213),「30㎝はないわ（量，大きすぎる)」(B257) などと,いろいろな意見が出される。そして,「私は一番下（小さいパンケーキ）がいい」(A345) が表明され，続いて「一番下，うん。…私も一番下（小さいもの)」(B346) と決まりそうになるものの,「待って，この計算おかしい気がする」(A403),「これ，下が一番小さくなった」(A405) と気づき，結局一番量が多いのは大きいパンケーキと気づいた（A437)。最終的には,「全部良い点と悪い点がある」(B456) として，全部良い点と悪い点があるなら，中間のふつうのパンケーキを選ぼうという結論に至った。このグループは積極的な根拠をもって結論を得たというよりも，消極的な根拠から「ふつうのパンケーキ」を選択した。

Dグループ（高校１年生）では,「大きいパンケーキ」をチームの結論とした。その根拠としては,「面積が大きいから」(J165),「人数が多くても対応できる」(D168),「たくさん食べられる」(T179) と言うものだった。特徴的な点としては,「私がアンだったら，絶対面積が大きい方にする」(J29),「量だよ。私だったら絶対，量だよ」(J50) と面積での比較を方針づけ，かつ，人数設定をアンと自分たちの４人としながらも「本当に４人なんだろうか？」(T122),「何人来るか分からないよ」(T127),「一人と仮定する？」(T144),「人数いっぱいくると仮定する？」(D145) と不安がるところである。面積で比較するとした時点で，人数は関係なくなるのであるが，しばらくの間，人数にこだわることが特徴的である。結局，D168の意見，大きければ人数が多くても対応できるという判断から最も面積が大きいものを選び，結論づけた。途中，右往左往するものの，面積の比較によって，最大のものを結論づけようといった数学的な議論によるシンプルな展開をしたグループであった。

Eグループ（高校２年生）のグループも，人数設定は４人であった。選んだ結論は「ふつうのパンケーキ」であり，その根拠としては,「円い形がいい」(N146),「一人１枚がいい」(N148),「(一人１枚）その方が優越感に浸れるよね」(O149),「(切り）分けたら微妙に違うから遠慮が起こる」(N216),「見栄えがいい」(O212),「分けやすい，母の手間がない」(O254) として，パンケーキの枚数と人数との関係から結論を選んでいた。ただし，その選んだ観点は，見栄えや手間といった必ずしも数学的な検討によるものではなかった。

最後に，Fグループ（大学生）についてである。このグループの人数設定は４人であり，最終的な結論は「大きいパンケーキ，２枚」であった。結論に至る根拠としては,「…お母さんが２枚目焼いている内に１枚目食べて」(A122),「確かに，アツアツが食べられる」(T126),「味，変えられる」(T131),「量も多いし，…みんなで分け合うっていう楽しさがね」(A147) と話を進め，○焼いて１枚ずつ分けて食べられる，○分ける楽しさがある，○一人分の分量が多い，○アツアツが食べられるというものであった。

以上をまとめたものが表２である。

表２：パンケーキ問題の結果

| グループ | A：小６ | B：小６ | C：中３ | D：高１ | E：高２ | F：大学生 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 人数 | 女子３名 | 男子３名 | 女子３名 | 男子２名，女子１名 | 女子３名 | 女子2名，男子1名 |
| 条件設定 | 4人 | 5人 | 4人 | 4人 | 4人 | 4人 |
| 結論 | 中：20㎝，4枚 | 中：20㎝，4枚 | 中：20㎝，4枚 | 大：30㎝，2枚 | 中：20㎝，4枚 | 大：30㎝，2枚 |
| 所要時間 | 約１６分 | 約１２分 | 約３３分 | 約１７分 | 約１９分 | 約１１分 |
| 根拠 | 1人1枚が楽 | 大食いと小食の間でちょうどいい | 分ける必要がない | 面積が大きいから | きれいに分けることはできない | 焼いて1枚ずつ分けて食べられる |
|  | きれいに半分にできない | 他の人も中の意見だから | 多くも少なくもない | 人数が多くても対応できる | 円い形がいい（見栄え） | 分ける楽しさがある |
|  | 1人1つがいい | 無駄が少ない | 普通がいい | たくさん食べられる | 1人1個だから | 1人分の分量が多い |
|  | 普通がいい |  | 切らずに済む |  |  | アツアツが食べられる |
|  |  |  | 4人だから4つ |  |  |  |

## ４．考察

すべてのグループに総じて見られた特徴は，人数の設定の議論と，非数学的観点を含めた多様な解決基準の設定とその設定の自由さ・柔軟さであった。

「あなたたちなら，アンのお母さんに，どのパンケーキをお願いしますか？」という問いに対して，自分たちが招待されている友達と理解すると同時に,「アンのお母さんはどうする？　アンのお父さんは入れて考える？」などの議論が起こっていた。最終的に，アンのお母さんも考慮して考えたのは，B（小６男子）グループだけではあったが，これらの議論は他のすべてのグループでも起こり,表２に示しているよう人数設定となった。

また,解決基準についてであるが,どのグループも「量の多さ」ーパンケーキの面積ーを解決の観点に設定し議論が進んでいた。その方法も多様であり，半径をそれぞれ確認し面積を求め序列化する方法，長さの比から面積の関係を求め序列化する方法などがあった。実際には長さの比較であったが，設定した人数に分配したときの余りに注目しその余りの経済性から序列化する方法もあった。そうした数学的な議論から実際に解決を図ろうとしたときも，その解決過程には多様な可能性を見ることができた。

多くのグループの場合，最終的に解決の判断基準に用いていたのは，日常的な感覚の観点であり，

・分ける手間がない。

・見た目がいい。

・アツアツが食べられる。

などである（参照，表２）。加えて，たった一つの観点でチームとしての解答を決めるというグループはなく，どのグループもいくつかの観点での根拠意見を提示して，その解答を強化・保証していた。その根拠意見の中に，数学的な意見を含めていたのは，B・D・Fグループの３つである。ただし，Bグループは構成員それぞれが数学的な意見を有していたが，それらは積極的に相互交渉されることはなく展開されていた。

以上の事実から，実際の日常場面で起こり得るような数学的な問題ー数学の問題ではないーでは，条件の設定や解決方針・評価基準など多様であると同時に，それらは絶対的・固定的にではなく，柔軟で流動的な解決過程で展開されることが確認できる。

また,すべてのグループに総じて特徴的であったのは，集団の中で大まかに役割が決まりながら議論が展開されるという事実である。大別すると,a）司会･仕切り役,b）aの意見に対する積極的な反応役（賛同・反対・別意見の提示），c）慎重派・評価役の３つである。こうした特徴は，プロトコルの出現割合においても確認できるものであり，学年が上がるにつれ顕著である。

その特徴を見るために，それぞれのグループでの発話の状況を発話系列に表し，そのつながりを視覚化した。紙面の都合上,すべての表を示すことはしない。Bグループのものを整理したのが，表３である。ただし，No １～40の発話はパンケーキ問題とは無関係なものであるので除外している。

表３：Bグループ（小学６年男子）の発話系列

（発話者a君，b君，c君，調査者r）

| 発話No. | 発話者 | 発話No. | 発話者 | 発話No. | 発話者 | 発話No. | 発話者 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 41 | r | 62 | a | 83 | b | 104 | c |
| 42 | b | 63 | r | 84 | c | 105 | b |
| 43 | a | 64 | b | 85 | a | 106 | a |
| 44 | c | 65 | r | 86 | b | 107 | b |
| 45 | ab | 66 | c | 87 | r | 108 | a |
| 46 | r | 67 | b | 88 | c | 109 | b |
| 47 | a | 68 | r | 89 | a | 110 | r |
| 48 | abc | 69 | b | 90 | r | 111 | b |
| 49 | c | 70 | c | 91 | c | 112 | a |
| 50 | r | 71 | b | 92 | r | 113 | b |
| 51 | abc | 72 | r | 93 | a | 114 | a |
| 52 | c | 73 | abc | 94 | b | 115 | abc |
| 53 | r | 74 | r | 95 | a | 116 | r |
| 54 | abc | 75 | abc | 96 | c | 117 | abc |
| 55 | b | 76 | r | 97 | r | 118 | r |
| 56 | abc | 77 | abc | 98 | a | 119 | a |
| 57 | r | 78 | c | 99 | b | 120 | r |
| 58 | abc | 79 | abc | 100 | r | 121 | b |
| 59 | r | 80 | a | 101 | b | 122 | r |
| 60 | a | 81 | b | 102 | r | 123 | c |
| 61 | r | 82 | a | 103 | b | 124 | r |

次にそれらの表から，ある発話がどの対象者の発話を引き起こしているかー連鎖ーその出現割合を，円の直径と線の幅に比例させて表したものが図３～８である。ただし，調査者（r）へつながる発話や調査者（r）から起こる発話は割合算出から除いているため，各項目の確率は１とはならない。

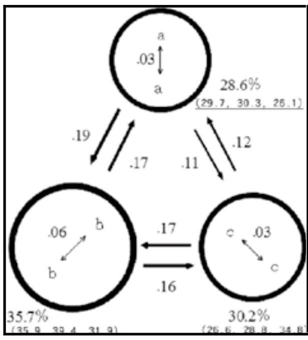



図３：系列図（小６女子）

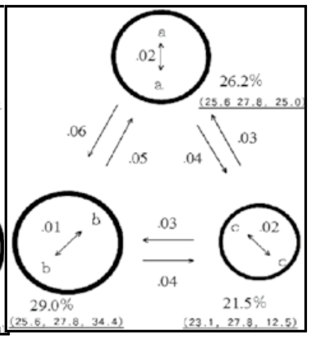



図４：系列図（小６男子）

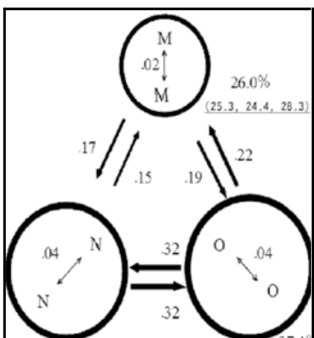



図５：系列図（中３）

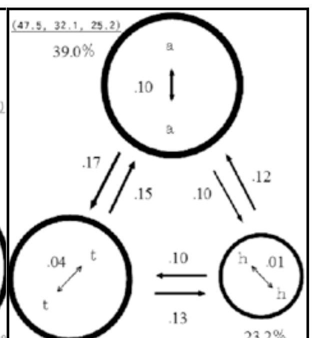



図６：系列図（高１）

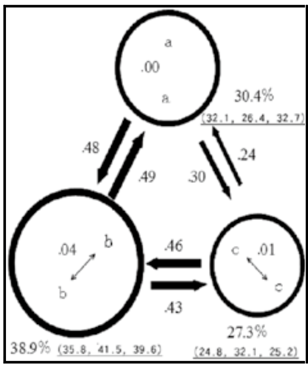



図７：系列図（高２）

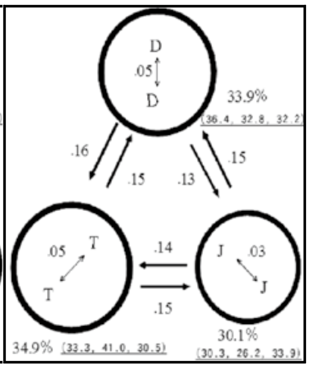



図８：系列図（大学生）

図３～８に見られるように，学年が上がるにつれ，解決過程における個人の貢献の様子は量的にも差が現れるようである。また，質的にも，局面ごと役割が遂行され，議論が進んでいる。例えば，Eの高校２年のグループにおける次の場面がそうである。

N43:じゃあ，一番最初のものが一番大きいんだ!　【仕切り役】
O44:大きいって言ったら大きい。　【反応役】
M45:でも，30㎝ってすごいよね（否定的に）　【慎重派】

A・Bグループの小学生においては，全員がそれぞれ面積について計算しており，みんなが同じことをしている。そして無自覚的であろうが，発話の頻度割合も同じようなものであった。協力的に問題の解決をはかるということが，表面上に現れる現象面で差がないようにしようと行為選択をしているのかもしれない。

しかし，みんな計算しているからと言って，同じことを考え計算しているとは限らない。Bの小学６年男子グループにおいては，A君は面積を算出し大小関係から選択候補を大，中，小の順に考え，B君は５人に配り分けたときの余りの少なさから，選択候補を中，大，小の順に考え，C君は面積比を考え選択候補を大，中，小の順に考えていた。それぞれ妥当な意見を持ち合わすものの相互交渉が起こらず，日頃の対人関係のバランスー算数ではB君が優秀ーからB君の意見が採用されていた。

学年が上がるにつれ，同じような計算をみんながするという行為はなくなり，局面毎に役割分担された形で展開された。場合によっては，Cグループの中学３年生のように，Bさんの計算間違いがずっと議論に影響することもあった。

加えて，それぞれのグループで，発話を前期，中期，後期と３分割し，各個人の局面ごとの貢献度を算出したものが図中の下線を引いた数値である。後半には，調査者(r)がチームの選択を聞くために会話に参入するため，それらの割合は大きく異なることは当然として，相対的にではあるが，学年が下がるとそれらの数値に余り変動がないことも特徴的である。

学年が上がると，役割遂行のもと議論は進むものの，その役割は解決のための一時的な分業であり，それぞれの役割の意義などを十分に理解しているため，その役割をこえて解決が共有されていたり，実際に貢献の仕方が変容しながら解決が共有されているようである。それらが，その割合の変化にも影響していると考えられる。小学生では，個々の意見は共有されていないまま解決されており，低年齢になるにつれ，役割のすみ分けの範囲内で理解されている可能性がある。

最後に，協力的な解決過程における数学的な議論のデメリットについてである。

今回の調査で，極めて数学的な議論の可能性を有していたのは小学６年生男子のBグループであった。

グループの構成員である３人ともにそれぞれ妥当な数学的見解を持っていた。面積で比較する方向性のもと，A君はパンケーキの面積を具体的に算出し30㎝を候補に，C君は比を考え面積を直接計算することなく30㎝を候補にし，B君は５人に配り分けたときの余りの少なさから20㎝のものを候補としていた。その内，表明されたのはB君の意見であり，A君・C君の意見は表明されないままであった。もしも３人ともが意見を表明していれば，違った展開になっていたのではと思われるが，今回はB君の意見が表明され，算数の学習においてB君が優秀であるという認識とそのB君の意見が説得力のあるものであったためか，自分自分たちの考えも妥当であったにも拘わらず，B君のものが採用されてしまった。

数学的な議論においては，書きコトバ（表象物，図，チャート，数や式）がその手段に用いられるようになり，一意的な説明と一意的な解釈を引き出しやすく，説明力は強いものとなる。A君，C君の意見も妥当なものであるにも拘わらず，B君の意見に明確に反論できないため，

相互交渉は起こらなかった。A君・C君が自発的にB君の意見にすり寄り，チームの解答とした。

算数・数学の学習において言語活動を積極的に導入する際の弱点がここに存在すると考える。もしもより良い考えが出れば出るほど，周囲との相互作用は必ずしも必要なくなり，算数･数学の学習における議論活動は，「単なる意見発表会」－「(あるAさんの発表直後）いいでーす。(他にもありまーす)」や「Aさんの意見，わかりましたか。では，次…」に代表されるようなーに終始してしまう傾向に陥りやすいと言った特徴をもつと言える。

それに対して，実際の日常の問題－数学的な問題－や自然な話し合いは，話しコトバで展開されるため，一見すると理解はされやすいものの，曖昧な部分を本質的に有するため，議論による相互交渉は起こりやすいと言えよう。そして，参加者独自の理解に支えられるため理解の実感は高くなるものの，その理解を説明するとなると，あやふやになったりする。

書きコトバでの理解を，話しコトバで想起し，話しコトバで省察する，そのコーディネート役が算数・数学の学習には決定的に必要だと考えられる。今回の調査には事前に与えられた教師役は存在せず，議論を通した協力的な解決過程を生起するには，学年が低いグループには困難な活動であった。算数・数学の学習において，議論を通して解決過程を生起するには，議論を上手く焦点化したり強化したり鼓舞したりすることができる教師(役）という存在が必要になることが改めて確認できた。

## 5．おわりに －まとめと今後の課題 －

数学の問題であれば，条件不足・過多の問題など特別なものでない限り，条件の変更や追加，判断基準の構築･修正などは見られない。その一方で，数学的な問題であれば，条件の変更や判断基準の構成・修正が頻繁に起こると同時に，構成された条件や基準それら自体も次の局面において変動することが，その特徴である。

数学の問題であれば書きコトバを中心とした展開であるため，融通性はあまりなく学習者同士の議論の余地や効果は余りない。しかし，数学的な問題であれば，今回の事例でも確認できるように，数学的な議論の生成可能性はどの学年でも変わりないようである。もしも教師がその議論活動に参加しておれば，極めて興味深い数学的な議論を展開できた可能性があったのは，逆に最少年齢の小学６年生のグループであったかもしれない。

教師役がいないと，質的な議論の深まりが発生しにくいとともに，議論活動の展開の中での役割遂行とともに解決がはかられていくため，ある特定の参加者が納得したり，ある参加者の賛同を得ることがそのチームの解決になってしまう。いかに書きコトバと話しコトバを自在に引き出しーorchestrateー，自己や他者として事物と相互作用・調整させるかーcoordineteーが極めて重要であると言えよう。解決が目的ではなく，解決の過程や解決の結果を理解することが目的である活動においては，数学の問題であろうと，数学的な問題であろうと，人生経験の少なく人数が少ない集団での取り組みは特に慎重になるべきである。低年齢においての（極めて人数の少ない）小集団（１～３・４人）では，優秀な子どもの意見強化に，集団システムは利用されてしまうことは否定できない。

ということは，集団の規模が大きくなれば，アイデアが特定の子どもに特化されて意識されることが少なくなり，全体としてアイデアを対象とした思考に集中できるかもしれない。協力的問題解決においては，集団のサイズを大きくすることによって，明確な役割取得は薄れていく一方で，アイデアの所有感にも通じる理解の質や定着は変わる可能性がある。

今後，教師のいない，学習者だけでの数学の問題解決と数学的な問題解決の様子を集団解決のサイズを変えて，理解の定着の強度や解決の共有の質的変化を検討する必要があり，取り組むべき課題である。

## 謝辞

調査にご協力いただきました大学生ならびに，愛媛大学附属小・中・高等学校の児童生徒の皆さんと先生方にお礼申し上げます。ありがとうございました。

## 付記

本研究は，平成21年度科学研究費補助金（若手研究（B)）「小集団において相互作用的に問題解決し自律的に意思決定する過程についての研究（課題番号21730700）」の研究費補助を受けて行われた研究の成果の一部である。

## 引用・参考文献

［1］吉村直道,「学習者たちだけによる協力的解決過程に見られる多様な共有の仕方について」, 全国数学教育学会,『数学教育学研究』, 第15巻, 第２号, 2009, pp.95-102.
［2］吉村直道,「数学問題の協力的解決過程におけるプロトコル分析（Ⅲ）～高校生を対象とした調査結果より～」,『愛媛大学教育学部紀要』, 第57巻, 2010, pp.89-99.
［3］吉田甫, E.ディコルテ編著,『子どもの論理を活かす授業づくり－デザイン実験の教育実践心理学－』, 北大路書房, 2009, p.105.
［4］NHKテレビ高校講座,「数学基礎」, 2010年２月４日放送.