フィボナッチ型数列を題材とした授業実践

― 附属と学部との協働に注目して ―

（愛媛大学教育学部附属中学校教諭）　山本　泰久

（数学教育講座）　吉村　直道

（数学教育講座）　原本　博史

（数学教育専修平成 30 年度４回生）桑田　公太

Mathematics Class Using a Property of the Fibonacci Sequence

－ A Collaboration Work of Attached School and Faculty －

Yasuhisa YAMAMOTO,　Naomichi YOSHIMURA,

Hiroshi HARAMOTO and Kohta KUWADA

（令和元年９月１日受理）

１．実践報告の背景とその目的

小・中の連携教育の一環として附属中学校は附属小学校との交流授業に取り組んでおり、平成 30 年９月 20 日、附属小学校６年生全員を附属中学校全 12 クラスに振り分け、それぞれのクラスで交流授業を行った。筆者山本が授業運営する小学６年生８名が参加した「数学マジックのトリックを解明しよう」という中学３年生の数学の交流授業を、数学教育学の研究教育を専門とする筆者吉村が参観した。

その交流授業は、「第 10 項までのフィボナッチ数列の和は、第７項の 11 倍になる」ことに気づかせ、それを数学的に説明させるという授業であった。中学校数学科の教材として、フィボナッチ数列の数系列自体を扱う実践事例はよくあるものの、フィボナッチ数列の和を扱うという実践は、数学教育学を専門とする筆者吉村にとっても初めてであり、教材開発の視点から実践報告としてまとめておくことは、大変有意義であると考え、ここに整理する。

加えて、実際の授業展開において、「和は７番目の数の 11 倍になる」という発見を子どもたちと共有したものの、「なぜ７番目の数なのか？」「なぜ 11 倍なのか？」については授業では扱われなかった。授業後、授業者に聞いてみても、それについては十分な教材研究はできていないということであった。

実際の授業では、詳細な数学的構造は分からないまま、このように実践されている例は少なくない。ここに、附属と大学との協働連携の一つの機会がある。教科内容学の視点から、このような教材に数学的な解析を与え、そのしくみの理解と更なる発展を考える、附属と大学との協働があればよいと思う。

そこで、⑴新しい教材開発、教材の共有化のために、フィボナッチ数列の和に注目した中学校数学科の実践報告と、⑵附属での実践に対する数学的な解析の下支えと更なる発展についての整理、⑶附属と大学との協働についての考察を、本稿の目的とする。

２．公開授業のねらいと工夫

（１）ねらい

子どもたち一人一人が豊かな人生を切り拓き、持続可能な社会の創り手となるためには、未知の状況にも対応できる優れた問題解決者となることが求められる。複雑多岐にわたる現実の問題場面や状況において、子どもたちがよりよく問題を解決できるようになるためには、解き方が予め定まった問題を効率よく解く学びだけでは不十分である。次代を担う子どもたちには、具体的な文脈や状況の中で、必要な情報を主体的に判断して収集、選択し、自ら問いを立て、他者と協働しながら、知識及び技能を総合的に活用して問題解決する学びが不可欠である。特に日常や社会における問題を数理的に捉えて解決する場合には、数学的に問題発見・解決する力が必須となる。生徒がそうした力を身に付けることで、その後に出会う新たな問題解決にも見通しを持って主体的に取り組むことができると考える（西村、2016、pp. 10－27）。

本授業は、第１学年「文字の式」の学習において、フィボナッチ数列の持つ不思議な性質を利用した数学マジックを題材とした事例である。このマジックはロイヤル・Ｖ・ヒースというマジシャンが考案したもので、それをアレンジして教材化した（びっくりデータ情報部、2006）。トリックである数の性質を生徒自身に発見させ、その性質が一般的に成り立つことを、数学的な見方・考え方を働かせながら追究させることを通して、数学的に問題発見・解決することのよさを自覚させることを目指した。

（２）指導の工夫

数学的に問題発見・解決する力を育成するためには、数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動を通した学びを展開することが重要である。数学的活動とは、事象を数理的に捉え、数学の問題を見いだし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行することである（文部科学省、2018、p. 23）。本授業では、数学的活動を構成するために、次の二つの視点から指導の工夫を考えた。

一つ目は、生徒が追究する意義を実感できる問題を設定することである。教師が「考えてみなさい」と主導するのではなく、生徒自らが主体となって問題解決に向かうことができるようにしたいと考えた。主体的な問題解決の原動力となるのは、問題から生じる「おや？」「なぜ？」という疑問であり、その疑問を追究する過程で生じる「どういう意味だろう？」「どうすればよいのだろう？」という課題である（相馬他、2000、pp. 20–22）。本授業では、問題から「なぜ簡単に答えを求めることができるのだろう？」という疑問を抱くところから始まり、「発見した計算のトリックがいつでも成り立つといえる根拠は何か？」という課題に焦点化していく過程を大切にした。

二つ目は、思考過程を可視化させた学び合いを構成することである。「なぜそうなるのか？」「なぜそう言えるのか？」を可視化させ、その思考過程を自覚化・対象化させながら学習を進めるために、ホワイトボードによる思考の表現と、説明活動による思考の表現の工夫を考えた。小集団で追究する場面において、ホワイトボードを利用して思考過程を可視化させることで、自他の考えを論理的・批判的に振り返って修正・改善させたり、数学的表現を用いて洗練化させたりし、よりよい見方・考え方を全体で共有化させることができると考える。下級生の小学６年生をその小集団に加え一緒に思考することで、同僚間で働く暗黙の理解や曖昧な理解を許さず、根拠をしっかりと明示しながら、分かりやすく思考し表現していくことが、自然に展開されると期待できる。説明活動の必要性を強化できると考えた。

３．公開授業の実践

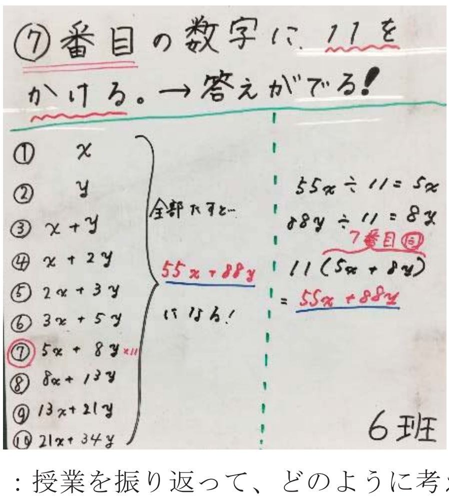
平成 30 年９月 20 日（木）５校時に、中学校第３学年の一クラスに対して、「数学マジックのトリックを解明しよう。」という公開授業を行った。次ページに実際の授業の進行を示す。

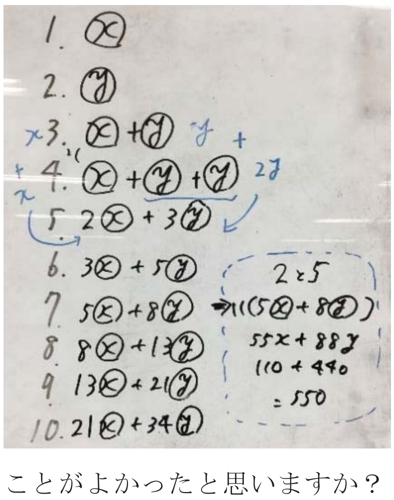
授業の実際

<table>
<tr><th>Ｔ：教師の働きかけ　Ｓ：生徒の反応</th><th>○指導の工夫</th></tr>
<tr><td>Ｔ：今日は数学マジックを披露します。次の手順で計算をしてください。

①0～9 の中から 2 数を選ぶ。
②その 2 数を縦に並べ、上下の数を足す。
③足した答えを 3 番目に書き、2、3 番目の数を足す。
④この計算を 10 番目まで繰り返す。
⑤1 番目から 10 番目の数をすべて足した答えは？

① 3
② 7
③ 10
④ 17
⑤ 27
⑥ 44
⑦ 71
⑧ 115
⑨ 186
⑩ 301
781

Ｓ：3 と 7 を選ぶと、1 番目から 10 番目までの数の合計は…？
Ｔ：答えは 781 です！（瞬時に答え求めたことに生徒は驚く）
Ｓ：どんな数を選んでも、答えは 781 になるのかな？
Ｔ：他の数でも試してみましょう。4 と 9 を選ぶと…1012 です
Ｓ：え～!?　先生、速すぎるよ。
Ｓ：どうやって求めたのだろう？　自分で解決したいな。
Ｔ：いつでも簡単に答えを求めるには、どんな計算をすればいいですか？
Ｔ：他の 2 数を選んで計算し、まずは個人できまりを見付けてみよう。
Ｓ：まったく分からないよ。
Ｓ：先生は上の方を見て、答えていた気がしたけど…？</td><td>
○数学的な問題として捉えさせるために、「いつでも」のところを強調し、一般的に成り立つ計算のきまりに着目するよう促した。
○帰納的、類推的にきまりを見付けられるように、いくつかの計算をさせた。</td></tr>
<tr><td>Ｔ：今日は班で協力して解決していこう。各班にホワイトボードを配るので、考えたことを書き込みながら練り合ってみましょう。
Ｓ：3 個ずつ区切って和を求めると、きまりが見付かるかもしれないよ。
Ｓ：答えは何かの倍数になっているのかもしれないよ。
Ｔ：悩んでいる班が多いので、ヒントを出します。先生は 10 個の数のうち一つの数だけを見れば答えを求めることができます。
Ｓ：えっ、一つだけ!?　1 番目の数かな？
Ｓ：7 番目の数に 11 をかけると答えが分かるよ！
Ｓ：不思議だね。どうして「7 番目×11」で分かるんだろう？」「根拠は？」
Ｔ：そうだね。この計算がいつでも成り立つといえる根拠をはっきりさせないと納得できないね。班で考えてみよう。
Ｓ：文字を使えば、いつでも「7 番目×11」になることが説明できたよ。



</td><td>○小集団で考えを論理的・批判的に検討させるために、考えをホワイトボードに可視化させながら話し合わせた。

○結果の妥当性を検討させるために、いつでも成り立つといえる根拠を追究させた。
</td></tr>
<tr><td>Ｔ：授業を振り返って、どのように考えたことがよかったと思いますか？
Ｓ：いくつかのパターンを調べることで、きまりを見付けられました。
Ｓ：「いつでも」ということを意識すると、文字式という考えを思いつくことができました。</td><td>○見方・考え方を統合させるために、働かせた見方・考え方を共有化させた。</td></tr>
</table>

４．授業の成果と課題

（１）成果

ア:生徒が追究する意義を実感できる問題の設定についてと、イ:思考過程を可視化させ説明する学び合いについての二つの視点から、公開授業の成果を述べる。

まず、アの視点についてである。授業の実際にあるように、生徒は、教師が瞬時に答えを求めたことに驚きと疑問を抱き、「どんな計算のきまりがあるのか？」「どんな 2 数を選んでも、同じ答えになるのでは？」「答えは何かの数の倍数になっているのでは？」「何とか自分で解明したいな。」などと主体的に問題解決に向かうことができた。さらに、計算のトリックを発見した生徒からは、「なぜ 7 番目×11 で答えが分かるのだろう。その根拠を考えないといけないよ。」などの発言があり、見いだしたきまりが一般的に成り立つ根拠を論理的・批判的に検討し、追究することができていた。

また、授業後の生徒の振り返りには次のような記述があった。

○始めに先生が簡単に解いているのを見て、びっくりしました。 ○「分からないものを x とする」「何パターンもあるものを x とする」という考え方を使いました。このように問題を数学化することで、学んだことが日常生活でも使えるようになると思います。 ○他の場面でも積極的に文字式や方程式を使っていきたいです。 ○解くときに意識したことは、「いつでもどんな問題でも解けるようにする」ということです。文字はどんな数でも当てはめて代入することができるので便利だと思いました。習ったことを活用できたのでよかったです。 ○小学校の頃は何のために数学を学ぶのか分かっていませんでした。理由は日常的な場面で数学を使っていなかったからです。具体的な場面から自分で課題を見付け、習ったことを活用することは大切だと思います。

これらの記述からも、生徒が追究する意義を実感できるような問題を設定し、生徒が問題から課題を見いだす過程を重視して指導したことは、生徒に数学的に問題発見・解決することの有用性を実感させることに成果があったといえる。

次に、イの視点についてである。小集団で追究する場面では、生徒は自分の考えをホワイトボードに書き込みながら伝え合うことができていた。授業参観者からは「ホワイトボードは、根拠や言葉の式など記入し、後で振り返るときに役立っていた。また、全体で共有するときの説明がより論理的になっていた。自分で考えをまとめる活動のときも、ホワイトボードを見ながら書いている生徒が多かった。」という意見があった。

また、授業後の生徒の振り返りには次のような記述があった。

○文字式を使えば、様々な場合を想定できると分かった。話合いで面白い意見が出たので、自分の考えの発展にもなった。今後も法則を考えるときなどには文字式を用いて解決していきたい。 ○答えを求めるまでの計算を筋道立てて考えることができました。 ○友達と意見を言い合って、間違っていたところに気付いたり、意見を共有したりすることができました。今まで習ったことを思い出しながら問題を解こうとすることができたのでよかったです。 ○私たちの班は、数を文字に変えて考えました。みんなが理解しやすいように説明したり、今まで使ってきたことが生かせたりしました。 ○全く分からなかったけど、班の人の意見や周りの意見を聞いて、すごく納得しました。

これらの記述から、思考過程を可視化させた学び合いを構成することで、文字式を活用した問題解決の有用性を自覚させたり、結果を得た後もよりよいものに洗練しようとする態度を発揮させたりすることに成果があったといえる。

また、小学 6 年生が参加してくれていたことから、相手の理解状況に応じて説明や表現方法を工夫するということが自然と出来ており、十分にねらいを果たせていたと考える。いきなり文字による数学的な説明ではなく、一つの具体的な数での事例を示して説明をしたり、複数の事例を説明したりして、文字を使って説明する必要性を意識出来ていたり、何を文字 a、 b として考えを進めているのか丁寧に説明したりしていた。

（２）課題

課題についても、先のア、イについてここで整理する。

まず、アについての課題である。本授業で扱った題材は「2けたの数や負の数を選んでもきまりは成り立つのか？」「なぜ7番目の数が関係するのか？」「他にもきまりはないか？」など発展性を含むものであった。しかし、本実践では、生徒の思考はそこまでには至らなかった。生徒が自発的に問題の条件や解決の過程等を振り返って発展的に考えることができるようになるよう、指導の手立てを講じていきたい。

次に、イについての課題である。計算のきまりがいつでも成り立つ根拠について小集団で追究する場面において、8つの班のうち、5つの班が文字式を用いて説明することができていたが、残りの3つの班は解決の方針を見いだせていなかった。その3つの班は、他の班からヒントを聞いたり、教師からの助言を得たりして解決の見通しを立てることができた。これらの生徒は、学んできた数学的な見方・考え方を自在に駆使する域にまでは達していないと見取ることができる。数学的な見方・考え方は、様々な問題解決の場面で働かせるものであり、それらを比較・統合することで、より柔軟に機能する汎用性を獲得する。生徒一人一人の数学的な見方・考え方がより豊かで確かなものになるよう指導の手立てを講じていきたい。

５．数学的な教材解釈

（１）フィボナッチ型数列の和

前述したように、実際の授業展開において、「和は7番目の数の11倍になる」という発見を子どもたちと共有したものの「なぜ7番目の数なのか？」「なぜ11倍なのか？」については授業では扱われていなかった。

そこで、これらに関する性質の一般化についての代数的検討を、筆者の一人である代数学を専門とする原本に依頼し、ゼミ生である桑田が実際にその検討に取り組んだ。

以下、一般化について述べる。なお、フィボナッチ数列に関連する研究は古来より数多くある。そのため、以下の性質については先行研究が存在する可能性を注意しておく。

nを自然数とする。次の規則

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad \cdots \quad (*)$$

で定める数列$\{a_n\}$について、第1項、第2項をそれぞれ1、1とする数列をフィボナッチ数列（本稿ではフィボナッチ数列の第n項をf_nで表す）、第1項、第2項をそれぞれa、bとする数列をフィボナッチ型数列と呼ぶことにする。

このとき、今回は一般化として次の問題を考える。

【問題】

フィボナッチ型数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和をS_nで表すとき、等式 $S_n = c\,a_i$ を満たす整数 c と番号iが存在するか。またそのときの定数 c はどんな値か。

最初にフィボナッチ型数列とフィボナッチ数列の関係を考える。表1のように、フィボナッチ型数列は、フィボナッチ数列の数系列をa、bの係数とする1次式で表される。

表１：第１項、第２項で整理したフィボナッチ型数列

$\{a_n\}$			a	b
a_1	=	1・a＋0・b	1	0
a_2	=	0・a＋1・b	0	1
a_3	=	1・a＋1・b	1	1
a_4	=	1・a＋2・b	1	2
a_5	=	2・a＋3・b	2	3
a_6	=	3・a＋5・b	3	5
a_7	=	5・a＋8・b	5	8
a_8	=	8・a＋13・b	8	13
a_9	=	13・a＋21・b	13	21
a_{10}	=	21・a＋34・b	21	34
a_{11}	=	34・a＋55・b	34	55
		…	…	…

つまりフィボナッチ型数列は、初期条件$a_1 = a$、$a_2 = b$ とフィボナッチ数列の数系列からつくることができ、この性質から、フィボナッチ型数列の和もaとbとフィボナッチ数列の組合せから得られるのではないかという予想が成り立つ。さらに、フィボナッチ型数列 $\{a_n\}$の1番目までの和 S_{10}は第7項の数の11倍であるが、これは

$$S_{10} = 11a_7 = (3+8)a_7 = (f_4 + f_6)\,a_7$$

とも表すことができ、「フィボナッチ型数列の和をf_n、a_nを用いて表現できるのではないか」という予想が成り立つ。

これらの考察をもとに、以下の性質が成り立つことを示す。

【定理Ａ】

$\{a_n\}$ をフィボナッチ型数列とする。このとき任意の自然数 i、$j=1$、2、3、… に対して次の等式が成立する。

$$a_{i+j} = f_{j-1}\, a_i + f_j\, a_{i+1}$$

ただし、$f_0 = 0$ とする。

【定理 A の証明】自然数 i、j に関する数学的帰納法を用いる（ここでは省略する）。

【定理 B】

フィボナッチ型数列 $\{a_n\}$ に対して、$S_n = \sum_{i=1}^{k} a_i$ と定める。このとき、任意の $n=0$、1、2、…に対して等式

$$S_{4n+2} = (f_{2n} + f_{2n+2})a_{2n+3} \quad \cdots \quad (\star)$$

が成り立つ。

【定理 B の証明】n についての帰納法で証明する。

（Ｉ）$n=0$ のとき、

$$(\text{左辺}) = S_2 = a_1 + a_2 = a_3$$
$$(\text{右辺}) = (f_0 + f_2)a_3 = (0+1)a_3 = a_3$$

だから、等式 $(\star)$ が成り立つ。

（Ⅱ）$n=k$ のときに、等式 $(\star)$ が成り立つと仮定する。

$n=k+1$のとき、

$$
\begin{aligned}
&(\text{左辺})\\
&= S_{4(k+1)+2}\\
&= S_{4k+2} + a_{4k+3} + a_{4k+4} + a_{4k+5} + a_{4k+6}\\
&= (f_{2k} + f_{2k+2})a_{2k+3} + a_{4k+3} + a_{4k+4} + a_{4k+5} + a_{4k+6}\\
&\qquad\qquad (\because \text{帰納法の仮定より})\\
&= (f_{2k} + f_{2k+2})(a_{2k+5} - a_{2k+4})\\
&\qquad + a_{4k+3} + a_{4k+4} + a_{4k+5} + a_{4k+6}\\
&\qquad\qquad (\because \text{規則}(*)\text{より})\\
&= (f_{2k} + f_{2k+2})(a_{2k+5} - a_{2k+4})\\
&\quad + f_{2k-2}a_{2k+4} + f_{2k-1}a_{2k+5} + f_{2k-1}a_{2k+4} + f_{2k}a_{2k+5}\\
&\quad + f_{2k}a_{2k+4} + f_{2k+1}a_{2k+5} + f_{2k+1}a_{2k+4} + f_{2k+2}a_{2k+5}\\
&\qquad\qquad (\because \text{定理 A より})
\end{aligned}
$$

と変形される。ここで a_{2k+5}の係数を規則 $(*)$を用いて変形すると

$$
\begin{aligned}
f_{2k} + f_{2k+2} + (f_{2k-1} + f_{2k}) + (f_{2k+1} + f_{2k+2})\\
&= f_{2k} + f_{2k+2} + f_{2k+1} + f_{2k+3}\\
&= f_{2k+2} + f_{2k+4}
\end{aligned}
$$

となる。同様に a_{2k+4} の係数は、

$$
\begin{aligned}
-(f_{2k} + f_{2k+2}) + (f_{2k-2} + f_{2k-1}) + f_{2k} + f_{2k+1}\\
&= -f_{2k+2} + f_{2k} + f_{2k+1}\\
&= -f_{2k+2} + f_{2k+2}\\
&= 0
\end{aligned}
$$

となる。以上より、

$$(\text{左辺}) = \left(f_{2(k+1)} + f_{2(k+1)+2}\right)a_{2k+5}$$

となり、$n=k+1$ のときに等式 $(\star)$ が成り立つ。

したがって、（Ｉ）（Ⅱ）より、等式 $(\star)$ は任意の $n=0$、1、2、… に対して成り立つ。

（証明終わり）

定理 B より、フィボナッチ型数列の和 S_n は、n＝2、6、10、14、… においてはそれぞれフィボナッチ型数列の第（2n＋3）項をフィボナッチ数列の 2 つの項の和だけ定数倍した値として表すことができることが証明された。これによって、前述の予想「フィボナッチ型数列の和をf_n、a_n を用いて表現できるのではないか」が、実際に成り立つことが確認されたとともに、前述の問題に対して、

> n＝4k＋2（k ≧ 0）のとき、フィボナッチ型数列の和 S_n は、その第（2n＋3）項 a_{2n+3} の定数倍で表され、その定数倍の値はフィボナッチ数列の 2 項の和 $f_{2n} + f_{2n+2}$ である。

と答えることができる。特に n＝2 の場面が取り上げられ、第 10 項までの和 S_{10} を第 7 項の a_7 で考える活動を行っていたのが、公開授業での学習であったことが分かる。

なお、この性質は S_2、S_6、S_{10}、S_{14}、… 以外については一般的に成立するとは限らない。例えば $a_1 = 5$、$a_2 = 11$ とした場合のフィボナッチ型数列 $\{a_n\}$ について $S_7 = 285$、$S_8 = 468$ 、$S_9 = 764$ となり、これらはいずれも a_1 から a_9 の整数倍で表すことができない。

（２）教材の更なる発展

中学校学習指導要領（数学）の目標において「(2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力、数量や図形などの性質を見いだし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う」（文部科学省、2018、p. 20）とあるように、〇数学を活用して、〇数量や図形などの性質を見いだし、〇発展的に考察する力、〇数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力が求められており、全国学力・学習状況調査においても『数学 B（主として「活用」に関する問

題)』の中で「事実・事柄の説明」が問われている（国立教育政策研究所、2017、p. 8)。

今回の公開授業では、授業者による焦点化によって、S_{10} が学習の対象とされ、それが第7項の11倍であることを確かめていた。定理Bから、実は S_6、S_{10}、S_{14}、…それぞれがそのフィボナッチ型数列の特定の項の整数倍で表されることが確認できることから、今回の学習を機会として、生徒たちに S_{10} の他にも同様の性質はないか、フィボナッチ型数列を観察させ、同様の性質を生徒たち自身で見つけさせ、これらの性質を数学的に表現し説明する活動も、更なる発展的な学習として取り組むことも可能であり、有意義である。

なお、定理Aの証明は2次正方行列を用いても示すことができる。また桑田は本研究を行う上で、10進BASICで作成したプログラムによる数値実験を行うことで、今回示した定理A、Bの定式化を試みている。学生自身が大学における必修科目で学んだ内容を応用する形で本問題の解決を行なっており、大学生への指導内容としても十分に魅力的であったことも付記しておく。

6．学部と附属教員との協働について

今回の一連の取り組みは、学生も巻き込みながら、附属教員と大学教員、しかも実践家としての附属教員と教科教育学担当教員、内容学担当教員とが連携できた一事例であると考えている。ここで、この連携を、附属校の三つの使命から整理したい。

附属校には、学校教育法の規定に基づき、義務教育として行われる普通教育を施す使命と、教育の理論及び実践に関する研究並びにその実証を行うといった教育研究に関する使命、ならびに、学部の教員養成の計画に従い、学生の教育実習を実施する教育実習実施に関する使命の三つがある。つまり、附属校園には、A：教育実践の場、B：教員養成の場、C：教育研究の場の三つの場があり、その中で様々な人が関わりあっている。

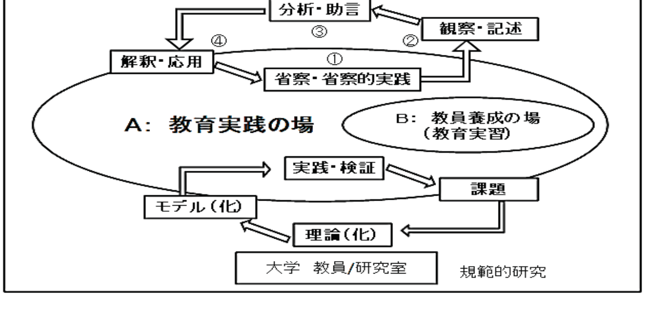


図１：三つの使命に基づく附属校園の役割

Cの教育研究の場において、大学教員との協働での教育研究は図１の上側と下側に示すように、記述的研究と規範的研究の二つに大別されると考える。上側に示している記述研究は、大学教員との協働の中で、日々の教育実践を記述・分析することで深く理解し、さらなる実践に生かしていく取組みである。図１の下側に示す規範的研究は、「このような取り組みがよいであろう／どうなるか」など理論化を目指した実験的な研究であり、大学教員側からの要請で進められることが多いものである。

はっきりとすみ分けできない部分もあるが、今回の連携は図１の上半分で整理できるものである。附属から大学教員への参観依頼が発端ではあったものの、①において授業者の山本が実践を、②において教科教育学担当の吉村が観察を、③において内容学担当の原本とその指導学生の桑田が分析を、④で吉村が授業者の山本に返し、再び①で山本が今後更なる実践に取り組むという流れであった。

この図１の下半分の事例としては、大学教員の研究活動の一環として取り組むものが挙げられる。例えば、指導が難しいといわれる、小学校第６学年の算数科の単元「速さ」において、その困難点を整理し、どのように授業展開するべきかについて取り組んだ拙稿「「速さ」の学習指導の提案」(吉村・小川、2018）などである。研究フィールドとして附属の教育実践を利用させてもらい、教育学習がどうあるべきかについて研究するものである。

内容学担当の大学教員がなかなか附属の実践にかかわりにくい実態が少なくない中、今回の連携は教科教育学担当の大学教員がつなぎとなって協働した好事例であり、実践家としての附属教員側からしても、実際の授業で、詳細な数学的な構造が深くは分からないまま実践しているものを、内容学の視点から教材に数学的な解析を与え、そのしくみの理解と更なる発展を考えることができた附属と大学との協働であった。

こうした協働は、言うなれば、附属と大学との関係は独立的・協働的関係であった。それぞれの立場で、それぞれの強みを活かしながら共同した取り組みである。

一方で、附属の実践家教員と教育研究者の大学教員とが一緒になって研究を計画・実践し、その実践を通してさらに研究を進めて、教育学習過程を向上させていく、「…→実践→研究→実践→…」というように循環的・連続的に研究を進めていくアクション・リサーチ型の研究もある。言うなれば、附属と大学との協同的・実践的な関係にあるケースである。

本学部附属小学校の１年を通じた年間の研究などが、大局的にみるとその例にあたる。研究を始めるにあたり､大学教員を含めた研究推進委員会を立ち上げ、大きな方向性を決め、各教科・各学年において研究を意識しながら日々の教育実践にあたり、随時大学教員との連携を図りながらその修正・改善に取り組み、年間での子どもたちの成長に関わっている。

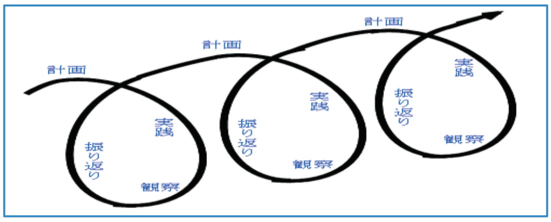


図２：アクション・リサーチのプロセス

先の２つの関係、独立的・協働的関係と協同的・実践的な関係は排他的なものではなく、ときにそれらの関係が部分的機能しながら総合された融合的関係の中での共同研究が展開される場面もある。

このように附属と大学との研究の側面での関わり方は、独立的･協働的関係、実践的･協同的な関係、融合的な関係の三つが想定されるが、今回の実践報告は独立的･協働的関係の中での連携の報告であり、かつ、附属教員と教科教育学担当教員、内容学担当教員、学生が有機的に協働した事例であった。

７．まとめ

本稿の成果は大きく二つあると考える。

学校教育においてフィボナッチ型数列を扱った教材は多くあるもののそれらの多くは数系列そのものを題材としたものであり、和について取り上げた事例は少ない。そのような実態のなか、中学校数学の教材として授業化したことと、その教材研究を代数学的に検討したことは、大変価値があると考え、今回「紀要」に整理し実践報告できたことが成果の一つ目である。

また、教科教育学担当教員に附属中学校数学科から附属小学校と附属中学校の交流授業の参観を依頼されたことから始まり、数学的な構造の代数学的な分析・検討に内容学担当教員とその指導学生が取組み、非自明なフィボナッチ型数列の和に関する性質を明らかにするとともに、附属と学部との連携の好事例を報告することができたことが二つ目である。

教育研究の側面における附属と大学との連携にはいろいろなタイプがある。連携の在り方をそれぞれの立場で理解しながら、一層の連携を図ることは重要である。大学の内容学担当教員と教科教育学担当教員、そして附属教員の三者が協働／協同的に共同する事例を少しでも増やしたいものである。

そのためには、今回の事例のような附属の教育実践を大学教員が観察し協働することで、附属教員が自分たちの日々の実践の意味を理解し反省的に実践できるようになることが、一つの契機になるように感じている。そのような連携をもとにして、附属を研究のフィールドとして大学教員自身の研究に取り組みやすくなるし、お互いの専門性を理解することで、実践家と研究者がチームとなって研究に取り組みやすくなると考えられる。

＜倫理的配慮に関して＞

本研究は、本学部附属中学校の実践をもとに、附属中学校と共同して公開授業の分析に取り組んだものである。本論文に記載している写真は、附属中学校から提供を受けたものであり、学校・生徒・教師の同意を得たものである。

＜引用および参考文献＞

国立教育政策研究所（2017)､『平成 29 年度全国学力・学習状況調査　解説資料（中学校数学)』､国立教育政策研究所教育課程研究センター.

相馬一彦他（2000)､『「問題解決の授業」に活きる問題集』､明治図書.

西村圭一他（2016)､『真の問題解決能力を育てる数学授業―資質･能力の育成を目指して―』､明治図書.

びっくりデータ情報部（2006)､『数の不思議　知ってビックリ！雑学知識』､KADOKAWA 夢文庫､河出書房新社.

文部科学省（2018)､『中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説　数学編』､日本文教出版株式会社.

吉村直道・小川智也（2018)､「速さ」の学習指導の提案－等速を仮定した速さへの焦点化による授業実践－､『愛媛大学教育学紀要』､第 65 巻､pp. 45－52.